Schmolls Arithmetik für Handlungsstudierende. Strasburg bey Silbermann. 1808. 8. 4 f.

Math. 433.

Anweisung
zum
Kopfrechnen
in Verbindung
mit
der dazu erforderlichen Methode,
entworfen
zum Gebrauch für Lehrer,

von
Johann Friedrich Köhler,
Prediger zu Windischleuba bey Altenburg.

ZENTRUM DER ST... AUGSBURG

Zweyte umgearbeitete und vermehrte Auflage.
Nebst
zwey Sammlungen arithmetischer Aufgaben.

Leipzig, 1801
bey Johann Ambrosius Barth.

Sr. Hochedelgebohrn

dem

Herrn Direktor

Karl Gottlieb Plato

hochachtungsvoll gewidmet

von dem Verfasser.

Vorbericht.

Die Veranstaltung einer neuen Auflage meiner Anweisung zum Kopfrechnen legte mir zugleich die Verbindlichkeit auf, sie zu revidiren, weil ich theils durch mich selbst, theils durch die gründlichen Urtheile sachverständiger Männer, die meine Schrift ihrer Kritik

würdigten, belehret wurde, daß meine in der ersten Ausgabe gelieferte Arbeit noch mancher Verbesserung bedurfte.

Ich habe bey dieser Revision mir es angelegen seyn lassen, das Mangelhafte durch Zusätze zu ergänzen, das weniger Brauchbare wegzulassen, und das Fehlerhafte gänzlich umzuarbeiten. Das Letzte ist hauptsächlich in der Lehre von der Regel de tri geschehen, welche in der vorigen Ausgabe, wie unter andern die Recension in der Allgemeinen Litteratur-Zeitung sehr richtig bemerkt hat, mit dem, was über das eigene Nachdenken der Schüler während der Ausübung in der Anweisung gesagt wird, in keinem zweckmäßigen Verhältnisse stund, und für den Verstand der Kinder nicht faßlich genug war.

Da ich den Plan des Werks im Ganzen beybehalten habe, um die Bogenzahl durch Abtheilung in Cur-

sus nicht zu vermehren, so bleibt diese Abtheilung einem jeden Lehrer, so wie er sie nach Beschaffenheit der Umstände und Fähigkeiten seiner Rechenschüler für nöthig findet, selbst überlassen.

Zu der mit der ersten Auflage erschienenen Sammlung arithmetischer Aufgaben, in Erzählungen eingekleidet, habe ich noch ähnliche neue arithmetische Aufgaben im vorigen Jahre geliefert, welche den Besitzern dieser neuen Auflage hoffentlich nicht lästig seyn werden, da an angenehmen und schicklichen Aufgaben so viel gelegen ist, und noch immer nicht zuviel davon vorhanden sind.

Die in diese Auflage, deren Korrektur ich nicht selbst zu besorgen Gelegenheit hatte, eingeschlichnen Druckfehler habe ich am Ende nachgewiesen, wie man aus dem Verzeichniß der Druckfehler und ihrer Berichtigung ersehen wird.

Ich schließe übrigens mit dem Wunsche, daß diese Revision der neuen Auflage einen Vorzug vor der alten, und dem Werke selbst mehr Brauchbarkeit gegeben haben möge. Windischleuba den 12ten März 1801.

Einleitung.

Kap. 1.

Vom Nutzen des Kopfrechnens.

Es hat gewiß keinen geringen Nutzen für die Jugend, wenn man mit ihr neben dem Unterrichte im schriftlichen Rechnen auch bisweilen Uebungen im Kopfrechnen anstellt. Alles Einförmige wird, wie die Erfahrung lehrt, der menschlichen Seele lästig, und flößt ihr zuletzt selbst gegen den Genuß der besten Dinge einen Ueberdruß ein. Besonders ist das der Fall bey jugendlichen Gemüthern, denen es um so schwerer wird, bey einer und derselben Beschäftigung lange auszuharren, je herrschender und überwiegender noch in ihnen der Hang zur Sinnlichkeit als bey Erwachsenen ist. Es ist daher schon aus diesem Gesichtspunkte betrachtet, sehr nützlich für junge Leute, wenn man, um Ueberdruß gegen das Rechnen, als welches eine fürs bürgerliche Leben so wichtige und unentbehrliche Sache ist, bey ihnen zu verhüten, mit dem schriftlichen Rechnen das Kopfrechnen in Verbindung setzt, und solchergestalt in die arithmetischen Unterrichtsstunden mehr Abwechslung und Mannichfaltigkeit zu bringen sucht.

Kindern, welche im Kopfrechnen gehörig unterrichtet, und hinlänglich geübt werden, wird das schriftliche Rechnen weit leichter und geläufiger, als solchen, die man mit dem Tafelrechnen allein beschäftigt. Erstre rechnen ihre vorgelegten Aufgaben weit schneller und richtiger als Letztre aus, und können sich auch bey vorkommenden Schwierigkeiten in irgend einem Rechnungsfalle viel leichter herausfinden. Eine vieljährige Erfahrung hat mich über diese Wahrheit hinlänglich belehrt, denn immer waren diejenigen meiner Rechenschüler, welche ich neben dem schriftlichen Rechnen auch mit im Kopfrechnen zu unterrichten Gelegenheit hatte, meine fertigsten und geschicktesten Tafelrechner. Und ich glaube auch ganz gewiß, daß jeder Lehrer, der in seiner Schule das Kopfrechnen eingeführt hat, an seinen Rechenschülern dieselbige Erfahrung bereits schon gemacht haben, oder noch in der Folge machen wird. Das Kopfrechnen hat also auch in dieser Hinsicht einen großen Nutzen, und verdient zu dem Ende, daß es in allen Schulen mit dem schriftlichen Rechnen in Verbindung gesetzt, und eben so fleißig und sorgfältig wie dieses, betrieben werde.

Eine Aufgabe der Arithmetik kann weit schneller im Kopfe, als auf der Tafel ausgerechnet werden. Das Niederschreiben der dazu erforderlichen Zahlen verursacht Aufenthalt, und hat noch manche andere Unbequemlichkeiten. Im Kopfe können also binnen einer arithmetischen Stunde weit mehr Exempel aufgegeben und ausgerechnet werden, und dieses ist von mehreren Seiten betrachtet höchst nützlich für den Schüler. Es werden ihm dadurch die verschiedenen Rechnungsarten öfter in Erinnerung gebracht. Er wird darinnen häufiger geübt, und erlangt mithin auch eine größre Fertigkeit und Festigkeit

im Rechnen. In der That auch kein geringer Vortheil, der aus den Uebungen im Kopfrechnen dem Schüler zufließt.

Nicht allemal hat man da, wo sich im gemeinen Leben Veranlassung zum Rechnen darbietet, auch Schreibmaterialien bey sich. Es ist daher auch in dieser Rücksicht überaus nützlich, wenn man junge Leute in Schulen wöchentlich ein paar Stunden im Kopfrechnen unterrichtet und übt. Sie werden sich bey einer darinnen erlangten Fertigkeit einst als Erwachsene im gemeinen Verkehr, Handel und Wandel, wobey man immer die wenigsten Mahle, den Einkauf oder Verkauf der Dinge schriftlich auszurechnen, Zeit oder Gelegenheit hat, wohl durchzuhelfen wissen, und so durch ihr Rechnen im Kopfe sich und Andern nützlich werden. Und dieser Umstand wird sie oft bestimmen, sich eben so dankbar an ihren Lehrer zu erinnern, als sie unzufrieden an ihn denken würden, wenn er sie während ihrer Schuljahre in einer so nützlichen und brauchbaren Wissenschaft zu unterrichten und zu üben, gänzlich verabsäumt hätte.

In öffentlichen Schulanstalten ist der Unterricht im Kopfrechnen ganz unentbehrlich. In einer Klasse, wo zum Beyspiel funfzig, sechzig, und wohl noch mehrere Kinder beysammen sind, kann durch den Unterricht im schriftlichen Rechnen allein, auf keinen Fall eine hinlängliche Uebung und Fertigkeit im Rechnen bey Allen hervorgebracht werden. Man muß das Kopfrechnen schlechterdings mit zu Hülfe nehmen, wenn alle Kinder im Rechnen hinlänglich geübt werden sollen. Beym gänzlichen Mangel des Unterrichts im Kopfrechnen würde besonders das weibliche Geschlecht, als welches im Kopf-

rechnen fast noch mehr als im Tafelrechnen geübt werden sollte, ungemein viel verlieren.

Das Kopfrechnen macht Kindern überaus viel Vergnügen, besonders wenn der Lehrer ein heitrer Mann ist, und eine gute Methode hat. Sie freuen sich, wenn sie zum Beyspiel bemerken, daß sie im Kopfe etwas ausrechnen können, was sich Andre ohne Tafel und Rechenstift nicht auszurechnen wagen. Es macht ihnen Vergnügen, wenn sie der Lehrer auf Kunstgriffe leitet, durch deren Anwendung sie eine Aufgabe etwas schneller ausrechnen können. Kleidet der Lehrer seine Exempel zuweilen in kleine Erzählungen ein, als wofür Kinder eine ganz besondre Empfänglichkeit haben, so finden sie dabey eine doppelt angenehme Unterhaltung. Durch alles dieses wird auch ihr Sinn für die Schulstunden immer mehr eingenommen, und sie lernen dieselben als eine Wohlthat betrachten. Welcher Lehrer sollte also diese unschuldigen Jugendfreuden, wobey gewissermaaßen sein eignes Herz an Freude und Zufriedenheit mit gewinnen muß, nicht ebenfalls als eine Empfehlung für die Uebungen im Kopfrechnen bey sich gelten lassen?

Doch ich kann nicht umhin, noch einen Grund anzuführen, der wenigstens in meinen Augen dem Kopfrechnen einen überaus großen Werth giebt. Durch den Unterricht und die Uebungen im Kopfrechnen werden die Seelenkräfte des jungen Menschen allmählich entwickelt, ungemein geübt, und von Zeit zu Zeit vervollkommnert. Das Kopfrechnen schärft den Verstand, erhöht die Beurtheilungskraft, stärkt das Gedächtniß, weckt den Scharfsinn, und bringt Genauigkeit, Bestimmtheit, Ordnung und Gewandheit im Denken hervor. Der Tafelrechner kann, wenn er in seinem Exempel eine Zahl verfehlt,

oder statt der richtigen eine falsche Zahl herausgebracht hat, sein Exempel noch einmal durchrechnen, und den Fehler verbessern, ehe noch der Lehrer es bemerkt. Allein das kann der Kopfrechner nicht. Sobald er, während daß ihm der Lehrer ein Exempel vorsagt, eine Zahl mit der andern verwechselt, oder sonst einen Fehler begeht, sogleich ist er auch außer Stand gesetzt, dem fortdiktirenden Lehrer weiter nachzufolgen, und der gemachte Fehler wird augenblicklich entdeckt. Der Kopfrechner ist also, wie man sieht, weit mehr als der Tafelrechner zur Aufmerksamkeit bestimmt, und er kann schlechterdings, so lange er rechnet, keinen fremden Gedanken sich erlauben. Aber giebt das nicht der Seele des Jünglings ein schönes Uebergewicht über die Sinnlichkeit? Noch sichtbarer wird der große Einfluß des Kopfrechnens auf die Seelenkräfte des Jünglings, wenn man dem hinlänglich geübten Schüler das Diktiren der Exempel erst selbst überläßt. Hier ist der Schüler nicht nur genöthigt, seine Aufgabe selbst mit nachzurechnen, sondern er muß auch auf die Worte denken, in welche er sie, um Andern verständlich und deutlich zu werden, einkleiden will *).

Ich gestehe deswegen freymüthig, daß ich um dieses Grundes willen das Kopfrechnen ganz vorzüglich hochschätze; denn was kann für junge Menschen wichtiger, was ihnen heilsamer seyn, als wenn sie schon frühzeitig bestimmt denken, scharf urtheilen, richtig schließen und ihrer Vernunft über die Sinnlichkeit ein Uebergewicht verschaffen lernen? In dieser Rücksicht muß ich denn nun

*) Anmerk. Es wird vorausgesetzt, daß der Lehrer seinen Schüler gewöhnt hat, ohne Vorbereitung, gleich aus dem Stegreife Andern Exempel aufgeben zu können.

freylich auch erinnern, daß meine Absicht bey Verfertigung dieser Anweisung zum Kopfrechnen noch weit mehr auf die Verstandesübung der Rechenschüler, als auf das bloße Ausrechnen der Exempel selbst gerichtet war, und es freut mich, daß Mehrere, die meine Arbeit ihrer Beurtheilung würdigten, meinen in der ersten Ausgabe geäußerten Wunsch erfüllt, und sie aus diesem Gesichtspunkte vorzüglich betrachtet haben.

Kap. 2.

Von der Methode beym Kopfrechnen.

Auf die Methode des Lehrers kommt beym Kopfrechnen überaus viel, und bald möchte ich sagen, Alles an. Bey einer guten Methode des Lehrers gelangt der Schüler nicht nur zu großen gründlichen Rechenkenntnissen, sondern er wird auch für die Rechenkunst von Tag zu Tage eingenommener. Ist er ein guter Kopf, so wird er noch überdieß ganz eigne Wege betreten, und für den Lehrer, der ihn gut leitete, selbst wieder lehrreich werden. Bey einer schlechten Methode des Lehrers erfolgt geradezu das Gegentheil. Der Schüler bleibt arm an großen gründlichen Rechenkenntnissen, und verliert zuletzt gar die Lust zum Rechnen. Es ist daher überaus nöthig, daß Lehrer, die in ihren Schulen Unterricht im Kopfrechnen ertheilen wollen, sich mit einer guten Methode bekannt machen, um dadurch ihren Schülern recht nützlich zu werden. Eine gute Methode erstreckt sich denn nun aber freylich auf Mancherley:

In Rücksicht des zu ertheilenden Unterrichts selbst wird erfordert, daß er vors erste faßlich sey. So lange das Kind den Lehrer nicht versteht, so lange bleibt es auch in Ungewißheit. Der Lehrer muß daher jedes Mittel ergreifen, das ihn in den Stand setzen kann, seinen Schülern recht verständlich zu werden. Auf Sprache und Ausdruck kommt ungemein viel an. Weiß der Lehrer bey seinem Unterrichte die den Kindern bekannten und geläufigen Worte recht zu treffen, so kann er sicher darauf rechnen, daß seine Bemühung nicht fruchtlos seyn wird. Vorzüglich faßlich wird Kindern der Lehrer durch die Anwendung der katechetischen Methode. Sie ist weit bequemer zu Hervorbringung und Belebung deutlicher Vorstellungen, als der bloße Lehrton. Endlich darf es auch dem Lehrer nicht an Geschicklichkeit fehlen, eine Sache von mehreren Seiten zu beleuchten. Was das Kind auf dem einen Wege nicht faßt, faßt es doch vielleicht auf dem andern.

Der Unterricht im Rechnen muß zweytens gründlich seyn. Es darf sich der Lehrer nicht dabey beruhigen, daß er seinem Schüler zeigt, wie ein Exempel auszurechnen sey; er muß ihm auch zeigen, warum er es so zu berechnen habe, und wie er andern die Richtigkeit seines Verfahrens hinlänglich beweisen könne. Geschieht das Letzte nicht, so kommen die Kinder in Gefahr, Alles wieder zu vergessen, und der Lehrer hat umsonst gearbeitet. Freylich kostet dem Lehrer ein gründlicher Unterricht viele Mühe; inzwischen wird ihn doch die Liebe zu seinen Zöglingen, die Wichtigkeit der Sache selbst, und endlich die Ueberzeugung, daß durch seine Mühe ein großer Nutzen gestiftet werden kann, zu Uebernehmung derselben gewiß geneigt und bereitwillig machen. Am besten

kann der Lehrer erfahren, ob sein Schüler von ihm gründlich unterrichtet worden sey, oder, wo er ihm noch nachzuhelfen habe, wenn er zuweilen die Rolle des Zweiflers spielt, und auch nicht eher die Richtigkeit der Arbeit seines Zöglings zu bezweifeln aufhört, bis ihn dieser aufs evidenteste widerlegt, und die Gründe seines Verfahrens ihm hinlänglich aus einander gesetzt hat.

Mit der Gründlichkeit des Unterrichts muß endlich drittens Stufengang verbunden seyn. Wenn man Kindern alles durch einander lehrt, und nicht eine zweckmäßige Auswahl zwischen dem Schweren und Leichteren zu machen weiß, so, daß das Leichtere voraus geht, und das Schwerere ihm nachfolgt, so richtet man viel Schaden an. Die Kinder bleiben Halbwisser, bekommen einen Ekel gegen das Rechnen, und sehen es für eine Strafe an, wenn man ihnen ein Exempel zu berechnen vorlegt. Man muß also, meynt man es mit den Kindern gut, das Leichte voraus schicken, und erst, wenn dieses wohl gefaßt und geübt ist, das Schwerere, und endlich nach hinlänglicher Einsicht dessen, das ganz Schwere nachfolgen lassen. Auf diesem Wege schaft man sich und seinen Schülern Nutzen; sich, indem man das, was man bey seinen Schülern erreichen will, gewiß erreicht, mit ungleich weniger Mühe erreicht, und seiner Arbeit sich um so mehr erfreuen kann; den Schülern, weil sie unter solchen Umständen das Rechnen liebgewinnen, täglich mehr Geschmack daran bekommen, immer größere Fortschritte darinnen machen, und so, ich möchte sagen, spielend, zu den solidesten Rechenkenntnissen gelangen. Beym Unterricht im Kopfrechnen ist die Beobachtung dieses Stufengangs ganz vorzüglich nöthig.

Inzwischen ist nun aber freylich mit dem Unterrichte selbst noch nicht Alles vollendet und abgethan. Viel, ungemein viel kömmt ferner auf die Beschaffenheit des Lehrers an, der diesen Unterricht zu ertheilen hat. Ist der Lehrer ein finstrer und verdrießlicher Mann, dem mans gleich aus dem Augen lesen kann, daß seine Seele die Unterrichtsstunden mehr für eine Last als Lust erklärt; ist er schläfrig in seinem Vortrage, ungeduldig, wenn ein Kind schwer begreift, auffahrend, wenn ein Rechenschüler ihm einen Einwurf macht; fehlt ihm der gute Wille, eine und dieselbe Sache so lange vorzutragen, bis sie von seinen Schülern hinlänglich gefaßt und verstanden worden ist, oder sie mit ihnen so lange zu üben, bis sie eine gehörige Fertigkeit darinnen erlangt haben; oder geht ihm die Geschicklichkeit ab, die schweren Rechnungsarten in ein Gewand einzukleiden, wodurch der Schüler gereitzt wird, sich an sie zu wagen, die erforderliche Anstrengung dazu zu übernehmen, und nicht eher die Geduld aufzugeben, bis er alle Schwierigkeiten besiegt hat, so wird er mit dem gründlichsten Unterrichte doch nichts Erhebliches ausrichten. Ein finstrer verdrießlicher Lehrer erweckt in der jugendlichen Seele Furcht und Abneigung gegen sich; ein schläfriger ist dem raschen feurigen Jünglinge ein Hinderniß in seinen Fortschritten; ein ungedultiger und auffahrender macht das in Ungewißheit schwebende Kind noch ungewisser, ja zuletzt wohl gar verstockt. Hat der junge Mensch in seinem Herzen eine Abneigung gegen eine Person gefaßt, so pflanzt sich auch gemeiniglich diese Abneigung auf ihr Geschäft und ihre Kunst mit fort; und es ist daher gar kein Wunder, wenn oftmals durch den gründlichsten Unterricht bey jungen Leuten doch nicht das Geringste ausgerichtet wird.

Wenn nun aber diese Behauptung richtig und gegründet ist, so folgt daraus unwidersprechlich, daß erstens der Lehrer, welcher Unterricht im Kopfrechnen ertheilen soll, ein heitrer muntrer Mann sey; daß er Lust und Liebe zu seinem Geschäfte besitze; daß er mit Feuer und Lebhaftigkeit lehre, aber auch nie ihm weder die Gedult fehle, dem Schwachen liebreich nachzuhelfen, noch die Bereitwilligkeit, gemachte Rechnungsfehler seiner Schüler mit Gelassenheit und Sanftmuth zu verbessern: daß er zweytens in seine Aufgaben die größte Abwechslung und Mannichfaltigkeit zu bringen suchen müße, und endlich drittens das Ausrechnen der Exempel dem Schüler niemals erschweren dürfe. Daß die Lust und Neigung zum Kopfrechnen unter einem Lehrer, der diese jetzt erwähnten Eigenschaften ich sich vereinigt, bey Kindern überaus groß werden müssen, kann man mit Gewißheit schließen.

Zu einer guten Methode gehört ferner die Wahl der rechten Mittel, Kindern das Kopfrechnen angenehm und interessant zu machen. Was dem Menschen Freude und Nutzen verschaft, das ist ihm wichtig, das sucht er, und thut er gern. Wohl und weise handelt also ein Lehrer, wenn er seinen Schülern, ehe er noch Uebungen im Kopfrechnen mit ihnen anstellt, den großen Nutzen schildert, den sie sich gewiß davon versprechen dürfen, wenn sie Fleiß anwenden, und sich in dieser Wissenschaft eine Fertigkeit zu erlangen bemühen. Bemerkt er, daß seine Vorstellungen auf die Gemüther der Schüler Eindruck gemacht, und sie hinlänglich für die gute Sache gewonnen haben, so darf er keinen weitern Anstand nehmen, den Unterricht und die Uebungen anzufangen. Kinder sind, wie man wohl weiß, etwas ungedultig in

ihren Erwartungen. Der Aufschub des Guten, dessen Genuß man ihnen verspricht, hat etwas peinliches für sie, und dauert er zu lange, so schläft das Verlangen darnach wieder ein, und sie thun zuletzt wohl gar auf den Genuß Verzicht.

Bey dem Unterrichte und den Uebungen im Kopfrechnen selbst giebt es auch nicht wenig gute Mittel, den Kindern Beydes angenehm und interessant zu machen. Da Kinder, wie ich schon erwähnt habe, das Einförmige leicht überdrüßig werden, und bey einer und derselben Sache nicht gar zu lange ausharren können, so würde es nicht wohlgethan seyn, wenn sich der Lehrer bey einer Regel zu lange verweilen wollte. Sieht er, daß sie die Kinder hinlänglich gefaßt haben, so gehe er ungesäumt zu einer andern über. Findet er aber, daß es, um Fertigkeit und Festigkeit bey seinen Schülern hervorzubringen, nöthig ist, bey einer oder der andern Uebung länger stehen zu bleiben, so helfe er sich damit, daß er sie immer in eine andre äußerliche Form einkleide, und so durch abwechselnde Mannichfaltigkeit dem Ueberdrusse, der bey den Kindern darüber entstehen könnte, vorbeuge.

Was uns zunächst angeht, und im Bezirke unserer Sphäre liegt, hat ungleich mehr Interesse für uns, als dasjenige, was außer unsrer Sphäre liegt. Der Lehrer entlehne zu dem Ende seine Aufgaben aus der jugendlichen Sphäre, und suche sorgfältig die Gegenstände auf, für welche Kinder eine besondre Empfänglichkeit haben. So zum Beyspiel wird es einem Knaben ungleich mehr Vergnügen machen, wenn man ihn berechnen läßt, wie viel Thaler auf dem Antheil eines fleißigen Schulkindes kommen würden, wenn ein wohlthätiger Mann 36 Thaler dem Lehrer zur Vertheilung einhändigte, und 12

fleißige Kinder in dieser Schule wären: als wenn man bloß fragte, wie viel mal die Zahl 12 in der Zahl 36 enthalten sey, oder wie viel Thaler eine Person erhalten würde, wenn sich 12 Personen in 36 Thaler theilen sollten?

An Erzählungen finden Kinder überaus viel Vergnügen. Der Lehrer gewinne sie für seine Sache also auch durch dieses Mittel. Haben sie nämlich, das setze ich voraus, eine ziemliche Fertigkeit im Kopfrechnen erlangt, so erzähle er ihnen zuweilen eine Geschichte, worinnen Fälle vorkommen, die sie berechnen müssen. Durch dieses Vehikel wird er seinen Schülern ausgezeichnete Lust zu den Rechenstunden einflößen, und zu mancher Anstrengung vermögen, der sie bey schweren Rechnungsarten ohne dieses Rekreationsmittel, sich gar nicht, oder doch nur ungern unterziehen würden.

Ein andres Mittel, Kindern das Kopfrechnen angenehm und interessant zu machen, ist die Erregung des Wetteifers. Wer wetteifert nicht gern mit andern, und wem verursacht es nicht Freude, im Wetteifer einen Sieg davon zu tragen? Inzwischen ist doch, wie mich dünkt, der Wetteifer mit vieler Vorsicht anzustellen, und es sey mir daher erlaubt, einige Erinnerungen hier beyzufügen. Zweckwidrig würde es seyn, wenn man Kinder von ungleichen Kenntnissen und Fertigkeiten in Wetteifer setzen wollte. Der stärkere Theil, der seinen Sieg schon voraus sieht, verliert dabey sein Interesse, und der schwächere, der sein Schicksal ahnden muß, rechnet entweder gar nicht mit, oder thut es voll Unmuth. Die Wetteifernden müssen also einander in Rechenkenntnissen völlig gewachsen seyn. Dem Sieger darf der Lehrer niemals große Lobeserhebungen machen. Er darf ihm nur allen-

falls sagen, daß er für dießmal zufrieden mit ihm sey, und es auch künftig seyn werde, wenn er in seinem Fleiße und Eifer unermüdet fortfahre. Große Lobeserhebungen sind für den jungen Menschen überaus gefährlich. Kann doch bey großen Lobeserhebungen seiner Verdienste selbst der gebildete Mann nicht allemal sein Herz in Mäßigung erhalten, wie viel weniger wird es der Jüngling vermögen, der noch auf der ersten Stufe der Bildung steht? Großes Lob ist für den Jüngling gewissermaaßen ein Aufruf zum gefährlichsten Stolze, zur verächtlichen Behandlung Andrer, zum Stillstande im Fleiße und in der Lernbegierde. Den Besiegten darf der Lehrer keineswegs zu heftig tadeln. So wie allzugroßes Lob dem Jüngling nachtheilig wird, also auch der allzugroße Tadel. Er macht den Jüngling niedergeschlagen, besonders, wenn er einen gewissen Grad von Ehrgefühl besitzt. Er erbittert ihn gegen seinen Ueberwinder, besonders, wenn dieser sehr gelobt wird. Er benimmt ihm die Lust zu weitern Versuchen in der Art, ja wol gar zum Rechnen überhaupt. Er setzt ihn endlich der Gefahr aus, von seinen Mitschülern verächtlich behandelt zu werden, oder auch wol gar von ihnen das schimpfliche Prädicat, das ihm der Lehrer in der erstem Hitze beylegte, als einen Beynahmen zu erhalten, und oft während seiner ganzen Schuljahre an sich tragen zu müssen. Endlich darf auch der Lehrer den Wetteifer nicht zu oft anstellen. Ein Nahrungsmittel, das man zu oft vorsetzt, erregt zuletzt Ueberdruß.

Ein überaus gutes, und jedem Lehrer zu empfehlendes Mittel, Kindern das Kopfrechnen angenehm und interessant zu machen, ist folgendes: Man leite durch Hülfe der katechetischen Methode die Kinder so, daß sie alles

selbst erfinden, was zum Kopfrechnen gehört. Was sie selbst erfinden, macht ihnen ungleich mehr Freude, als was man ihnen schon als erfunden und bekannt vorlegt. Sie betrachten das Selbsterfundene gleichsam als ihr rechtmäßiges Eigenthum, und behalten es um so fester. Da die Grundgesetze der Arithmetik in der menschlichen Seele schon vorhanden sind, und gleichsam nur in einem Schlummer liegen, so ist es, wie ich glaube, auch gar kein schweres Geschäft, Kinder auf das Selbsterfinden der Rechnungsregeln hinzuleiten. Man darf nur wecken, rege machen, und das, was in der Seele als dunkle Ahndung schon vorhanden ist, vollends zur deutlichen Vorstellung beleben.

Wer zu seinem Ziele auf einem kürzern Wege gelangen kann, der freuet sich. Freuen wird sich also auch der Kopfrechner, wenn man ihn auf Kunstgriffe im Rechnen hinleitet, durch die er in den Stand gesetzt wird, eine oder die andere Aufgabe schneller auszurechnen. Inzwischen muß ich doch hierbey bemerken, daß erstens der Lehrer nicht wohlthun würde, wenn er den Schüler auf die bey der Ausrechnung eines Exempels anzubringenden Kunstgriffe gleich bey den ersten Uebungen hinleiten wollte. Man muß zuvor den Schüler einigemal den längern Weg gehen lassen, theils damit er auch diesen kennen lernt, theils damit ihm die Kunstgriffe selbst desto interessanter werden. So müssen auch zweytens die Gründe, auf welchen Kunstgriffe beruhen, dem Schüler aufs deutlichste und faßlichste aus einander gesetzt werden, damit nicht ein bloßer empirischer Gebrauch derselben mehr Schaden als Nutzen stifte.

Mit diesem Mittel, Kindern das Kopfrechnen angenehm zu machen, kann der Lehrer auch folgendes verbin-

den. Er lasse den geübten Rechenschüler zuweilen die Exempel selbst aufgeben. Es kommt dadurch nicht nur mehr Abwechslung und Mannichfaltigkeit in die Rechenstunden, sondern die Schüler werden auch gereizt, sich vorzüglich anzugreifen: der Aufgebende, um sich der Ehre aufgeben zu dürfen, würdig zu machen; die Rechnenden, um dasjenige, was einer ihres Gleichen aufzugeben fähig ist, nicht falsch auszurechnen. Inzwischen, glaube ich, werden auch hier einige Erinnerungen nicht überflüßig seyn. Der Aufgebende muß seine Aufgabe, während daß er sie diktirt, selbst mit nachrechnen. Macht man ihm dieses, nicht zur Bedingung, so kann er leicht die Grenzen des Kopfrechnens beym Diktiren überschreiten, und dadurch jene außer Stand setzen, seine Aufgabe herauszubringen. Zweytens ist es besser, wenn man seine Schüler gewöhnt, die Exempel ohne alle vorhergegangene Vorbereitung, bloß aus dem Stegreife zu diktiren. Dadurch macht man sie schneller und gewandter im Ueberlegen, Schließen und Urtheilen. Sie bekommen, wenn ihnen zumal mehrere Versuche gelungen sind, mehr Zutrauen zu sich, und weil das Aufgeben aus dem Stegreife doch ungleich mehr Kunst und Anstrengung erfordert, so macht es ihnen auch ungleich mehr Freude, wenn sie diese Fertigkeit sich erworben haben. Sollte einmal der Fall eintreten, daß sich die eine Parthey verrechnet hätte, so darf der Lehrer keinen Machtspruch thun, sondern er muß einer jeden Parthey die Vertheidigung ihres Verfahrens selbst überlassen. Dadurch gelangt der Fehlende nicht nur zur Einsicht seines gemachten Fehlers, sondern wird auch aufgemuntert, nach gleicher Gründlichkeit, die er an seinem Gegner zu bemerken Gelegenheit hatte, zu streben.

Das Zusammenverbinden oder Zusammenketten mehrerer Exempel in eine einzige Aufgabe ist endlich auch noch ein gutes Mittel, Kindern das Kopfrechnen angenehm und interessant zu machen. Es wird ihnen dadurch noch mehr als bey einfachen Exempeln Gelegenheit gegeben, bald ihre Urtheilskraft anzustrengen, bald ihr Gedächtniß zu üben, bald etwas durch einen Schluß herauszubringen u. s. w. Exempel können nun aber auf mancherley Art und Weise zusammen verbunden werden. Ich will jetzt nur einige Arten anführen. Man kann erstens zwey, drey oder noch mehrere Exempel so mit einander verbinden, daß der Schüler aus der Berechnung des einen den Betrag des andern schließen, und so die begehrte Auflösungszahl richtig angeben kann. Zum Beyspiel:

„Ein Vater kaufte seinem ältesten Sohne 36 Stück Landcharten, und bezahlte dafür eben so viel Thaler, als er für seinen jüngsten Sohn zum Geburtstagsgeschenke ausgab, welcher 12 Buch Papier à 4 Gr. erhielt. Wie viel Thaler hat also der Vater für seine beyden Söhne ausgegeben?“ Antwort: 4 Thlr.

Hier kann der Betrag der 36 Stück Landcharten aus der Berechnung der 12 Buch Papier à 4 Gr. geschlossen, und also die begehrte Auflösungszahlen richtig angegeben werden.

Exempel können zweytens so mit einander verbunden werden, daß das eine Exempel zur Berechnung des andern den Aufschluß giebt. Zum Beyspiel:

„Ein Vater schenkte seinen beyden Söhnen eine Anzahl Thaler, jeden zur Hälfte. Der älteste Sohn legte seinen erhaltenen Theil in die Sparbüchse, worinnen schon 10

Thaler

Thaler befindlich waren. Der jüngste Sohn kaufte sich für den dritten Theil seiner erhaltnen Thaler Bücher; den dritten Theil schenkte er seiner Schwester; und endlich für 8 Thaler kaufte er sich ein Reißzeug. Wie viel Thaler behielt der älteste Sohn noch in der Sparbüchse übrig, nachdem er daraus 11 Thaler zum Einkauf eines Kleides genommen hatte?"

Hier giebt das zweyte Exempel den Aufschluß zur Berechnung des ersten, denn ohne das zweyte kann das erste gar nicht berechnet werden.

Exempel können drittens so mit einander verbunden werden, daß die Beantwortung der Aufgabe nicht eher erfolgen kann, bis sie erst alle einzeln ausgerechnet sind. Zum Beyspiel:

„Wie viel Thaler erhielt ein armer Knabe für seinen kranken Vater zum Geschenk, wenn ihm A. 9 Gulden, B. 36 Stück Zehnkreuzer, C. 3 Speciesthaler gaben?"

Hier kann die Auflösungszahl nicht eher angegeben werden, bis alle drey Exempel einzeln berechnet sind. Je mehr nun Exempel in einer Aufgabe zusammen verbunden werden, und je mehr der Lehrer Arten der Zusammenverbindung kennt, oder sie selbst zu erfinden weiß, um desto größer wird die Abwechslung, und das daraus erfolgende Vergnügen für die Kinder werden.

Bey einer guten Methode muß endlich viertens auch auf das Diktiren der Exempel sorgfältige Rücksicht genommen werden. Hier finde ich vorzüglich folgende Fragen zu beantworten nöthig. Wie soll man die Exempel diktiren; was für Exempel soll man diktiren; was für Exempel soll man gar nicht diktiren? Was die Beantwortung der ersten Frage anlangt, so glaube ich, daß erstens alle im

Kopfe zu berechnende Aufgaben langsam diktirt werden müssen. Schnelles Diktiren der Exempel kann den Rechenschüler zu Mißverständnissen, und folglich auch zum falschen Rechnen verleiten. Diktirt man mehrere Exempel auf einmal, so ist der Rechenschüler genöthigt, nicht nur ein jedes Exempel, in dem Augenblicke, in dem der Lehrer es ihm vorsagt, auszurechnen, sondern auch nach Beschaffenheit der Umstände das gefundene Facit entweder sich einstweilen zu merken, oder es mit dem Facit des darauf folgenden Exempels sogleich unter eine Summe zu bringen. So muß zum Beyspiel ein Schüler, welcher das oben angeführte letzte Exempel im Kopfe berechnen soll, erst die 9 Gulden auf Thaler berechnen, sodann die 36 Zehnkreuzer, und nun beyde Facite in eine Summe bringen, und endlich wieder diese Summe mit dem letzten Facit, nämlich dem Betrage der 3 Speciesthaler, zusammen addiren. Aber da diese Operationen doch etwas Zeit erfordern, so ist es nöthig, daß man langsam diktire, damit sich der Schüler nicht übereile, und falsch rechne.

Im Kopfe zu berechnende Exempel müssen zweytens höchst bestimmt und genau angegebtn werden. Geschieht dieses nicht, so kann der Schüler ebenfalls in Mißverständnisse gerathen, und falsch rechnen. Ein Exempel wird dieses, wie mich dünkt, am anschaulichsten machen.

„Ein Wohlthäter schenkt 20 Thaler zwey dürftigen Knaben. Der eine Knabe überreicht sein erhaltenes Geld seinem Vater. Der andere Knabe kauft sich für die Hälfte seines Empfangs Kleider, und für 2 Thaler Bücher. Wie viel behält er noch übrig?"

Dieses Exempel ist nicht bestimmt genug angegeben, denn woraus läßt sichs erkennen, wie viel Thaler von

dem Geschenke auf eines jeglichen Antheil gekommen sind? Man kann also das richtige Facit unmöglich finden, denn es läßt sich eben so gut denken, daß der eine Knabe 12 Thaler und der andere 8 Thaler vom Wohlthäter erhalten habe, als man annehmen könnte, daß ein jeder die Hälfte bekommen habe. Sollte das Exempel bestimmt seyn, so mußte nothwendig angezeigt werden, wie viel ein jeder Knabe von den 20 Thalern auf seinen Antheil erhalten habe. Ich glaube, dieses einzige Beyspiel wird hinreichend seyn, um einzusehen, wie viel auf Bestimmtheit und Genauigkeit beym Diktiren der Exempel ankommt. Mit dem steht nun aber keineswegs das im Widerspruche, was ich alleweile bemerken will. Ein Exempel kann Zahlen enthalten, die ganz überflüßig sind, und zum richtigen Finden des Facits nicht das Geringste beytragen: inzwischen könnten sie doch den Rechenschüler, wenn er sie mit berechnen wollte, irre führen, und auf ein falsches Facit leiten. Zum Beyspiel:

„2 Brüder erhalten 50 Thaler. Der Eine schenkt von seinen erhaltenen 30 Thalern 6 Thaler seinem Bruder, und das übrige Geld hebt er sich auf. Sein Bruder kauft sich von seinem ihm in der Theilung zugefallenen Antheile für 6 Thaler Tuch, und für 10 Thaler Leinewand. Für den Rest endlich kauft er sich Zeug, die Elle zu 12 Gr. Wie viel Ellen hat er erhalten?"

Dieses Exempel kann leicht verrechnet werden, wenn man nicht aufmerksam auf die Worte: — von seinem ihm in der Theilung zugefallenen Antheile — ist. Der ihm zugefallene Antheil war 20 Thaler. Davon 6 Thaler und 10 Thaler abgezogen, läßt 4 Thaler Rest. Für diesen Rest Leinewand die Elle zu 12 Gr. gekauft, werden 8 Ellen erhalten. Wer die

6 Thaler aber zu den 20 Thalern addiren wollte, der würde 20 Ellen herausbringen. Allein dieses wäre falsch, denn es hieß ja nicht: „Sein Bruder kauft sich für sein ganzes erhaltnes Geld, oder: für den ihm zugefallnen Antheil und die dazu erhaltnen 6 Thaler von seinem Bruder, u. s. w." Es ist gut, wenn der Lehrer zuweilen dergleichen Exempel aufgiebt. Der Verstand des Rechenschülers wird dadurch zum Nachdenken geleitet, seine Beurtheilungskraft geschärft, und sein Vergnügen wird größer, wenn er bey diesen Probiersteinen seiner Aufmerksamkeit das Exempel richtig ausgerechnet hat.

Das Ablesen der Exempel hat weder für den Lehrer noch für den Schüler Nutzen. Der Lehrer zieht sich dadurch bey seinen Schülern den Verdacht zu, als könne er sie nicht im Kopfe aufgeben, und der Schüler verliert den Muth, sie im Kopfe auszurechnen. Es ist also besser, wenn im Kopfe zu berechnende Exempel auch drittens im Kopfe diktirt werden. Eine sorgfältige Vorbereitung und fleißige Uebung werden dem Lehrer dieses Geschäft ungemein erleichtern. Endlich ist es auch noch gut, wenn man mit der Frage nach dem Facit der Exempel abwechselt, und sie solchergestalt bald der Aufgabe voraus schickt, bald ihr hinterdrein folgen läßt. So zum Beyspiel kann man diktiren: 1 ℔ kostet 8 Gr., wie viel Thaler kosten 36 ℔? Man kann aber auch ein ander Mal diktiren: wie viel Thaler kosten 8 ℔, wenn 1 ℔ 3 Gr. kostet? Es dient dieses nicht nur zu Verhütung der Einförmigkeit, sondern macht auch den Kopfrechner geschickt, sich durch keine Art zu fragen, in der Berechnung des Exempels irre machen zu lassen.

Was die Beantwortung der zweyten Frage anlangt, so finde ich vornämlich zweyerley zu erinnern

nöthig. Das Erste betrifft den Stufengang. Wenn man bey den ersten Versuchen schwere verwickelte Exempel diktirt, so richtet mun viel Schaden an. Die Kinder werden in Gefahr gesetzt, sich zu verirren, und falsch zu rechnen. Daraus entsteht Unmuth, sie verlieren die Lust zum Kopfrechnen, und werden schüchtern. Sorgfältig muß daher der Lehrer beym Diktiren der Exempel zu Werke gehen. Leichte müssen den Anfang machen, damit die Kinder durch die richtige Berechnung derselben erst Muth und Zutraun zu sich bekommen. Schwerere dürfen nicht eher diesen nachfolgen, bis die Schüler erst jene mit großer Fertigkeit zu berechnen gelernt haben. Die Schwersten und Zusammengesetzten endlich müssen zuletzt diktirt werden. Läßt man sich durch jenes Princip, daß wenn man beym Unterrichte im Kopfrechnen die Schüler sogleich in dem Schwersten übe, das Leichte dadurch ihnen desto geläufiger, und von selbst erfolgen werde; oder auf der andern Seite von dem leidigen Hange, recht frühzeitig mit seinen Rechenschülern bey andern Aufsehn und Bewunderung zu erregen, nicht hinreißen: sondern befolgt diese Regel des Stufengangs genau und pünktlich, so wird man nicht nur den Schülern das Kopfrechnen angenehm und interessant machen, sondern auch gewiß recht gründliche, geschickte und fertige Kopfrechner zu ziehen im Stande seyn.

Das zweyte, was ich erinnern muß, ist folgendes: Man diktire zuweilen Exempel, wobey der Schüler, der sie nachrechnet, anfänglich auf die Vermuthung kommen könnte, daß man sich während des Diktirens verrechnet habe; die aber doch nicht nur richtig sind, sondern deren Richtigkeit der Schüler am Schlusse, nachdem er die

Frage gehört hat, selbst entdeckt. Ich will ein solches Exempel hier ansetzen.

„Jemand hat 36 Ellen Leinewand, und verkauft sie die Elle zu 10 Gr. 8 Pf. (der Schüler, welcher nachrechnet, findet jetzt 16 Thaler, wenn er richtig rechnet, welches ich hier annehmen will). Dieses erhaltene Geld legt er in seine Kasse. Den Tag darauf nimmt er daraus 8 Thaler (bleibt 8 Thlr.) und kauft dafür seinen Kindern Bücher. Kurz darauf nimmt er aus der Kasse wieder 12 Thaler, und schenkt sie einer verunglückten Familie. (Hier wird nun der immer nachrechnende Schüler auf die Vermuthung fallen, daß man sich entweder in dem Betrage der 36 Ellen, oder im Abzuge von den 16 Thalern verrechnet habe.) Endlich nimmt er auch noch aus der Kasse 4 Thaler. Es fragt sich nun, wenn jetzt die Kasse leer ist, wie viel Thaler (nun kann man auch ein wenig inne halten,) außer jenem Gelde, das er für die Leinewand gelößt hat, in der Kasse müssen befindlich gewesen seyn?"

Ohne Zweifel wird der aufmerksame Rechenschüler nach der an ihn ergangenen Frage nicht nur die Richtigkeit des Exempels einsehen, sondern auch die gehörige Antwort sogleich darauf ertheilen können. Das Diktiren solcher Exempel ist für dem Schüler in mancher Rücksicht nützlich. Man übt dadurch seine Urtheilskraft, spannt seine Erwartung und Neugierde, und bereitet ihn vor, daß er nicht in Verlegenheit geräth, wenn ihm einmal ein Fremder eine solche Aufgabe diktirt, in welchem Falle Kinder überhaupt etwas verlegen und schüchtern sind. Der Rechenschüler wird auch dadurch gewissermaßen auf eine angenehme Weise überrascht, und freut sich um so inniger, wenn er durch die gefundene richtige Antwort seinem Lehrer einen Beweis seiner Aufmerksamkeit geben kann. Es gewinnt endlich durch die Einschaltung solcher Exempel das Kopfrechnen selbst mehr Abwechslung, und

wird mithin dem Schüler auch unterhaltender und interessanter.

Was für Exempel dürfen nun aber **gar nicht** diktirt werden? Dieses ist die dritte Frage, welche ich zu beantworten nöthig finde. Vors erste darf der Lehrer keine solche Exempel diktiren, die außer dem Gebiete des Kopfrechnens liegen. Das Kopfrechnen hat seine Grenzen und Schranken, die man auch nie überschreiten darf. Wer verlangt, daß ein Kopfrechner alle und jede Exempel im Kopfe ausrechnen soll, der verlangt eine Unmöglichkeit, und betrachtet das Kopfrechnen gar nicht aus dem rechten Gesichtspunkte. Das Kopfrechnen soll hauptsächlich und zu allernächst ein Mittel seyn, die Verstandeskräfte der Kinder zu üben, ihr Urtheilsvermögen zu schärfen, ihr Gedächtniß zu vervollkommnern, sie zur Aufmerksamkeit und Schnelligkeit im richtigen Denken zu leiten, ihnen das schriftliche Rechnen geläufiger zu machen, und ihren Fleiß in den Unterrichtsstunden durch ein Vergnügen mehr zu belohnen. Gäbe man ihnen nun aber Exempel auf, die außer dem Gebiete des Kopfrechnens liegen, und blos auf die Tafel gehören, so würde man ihnen bald alle Lust rauben, und das Kopfrechnen zum Ekel machen. Man kann zwar Exempel aus jeder Rechnungsregel ihnen im Kopfe zu berechnen, vorlegen, allein nur mit Einschränkung. Diese Einschränkung besteht darinnen, daß man keine Aufgaben diktire, bey deren Berechnung viele Zahlen im Gedächtniße aufbewahret werden müssen, sondern, daß man die Exempel so einrichte, daß sie mit wenig Zahlen ausgerechnet werden können.

Zweytens dürfen keine Aufgaben diktirt werden, in welchen solche Angaben mit vorkommen, die nicht die ge-

ringste Beziehung auf das auszurechnende Exempel haben, und deren Berechnung dem Kopfrechner nur unnöthige Mühe machen würde. Ich will eine solche Aufgabe hier ansetzen, und sodann die Gründe anführen, warum dergleichen Aufgaben bey den Uebungen im Kopfrechnen nicht vorkommen dürfen.

„Ein Vater hatte 3 Söhne. Jedem schenkte er 3 Thaler. Der älteste Sohn kaufte sich für sein erhaltnes Geschenk 25 Stück Federspulen à 3 Pf. und einen Farbekasten, welcher 18 Groschen kostete. Das übrige Geld legte er in seine Sparbüchse, worinnen schon 1 Thlr. 23 Gr. 9 Pf. befindlich waren. Der mittelste Sohn kaufte sich für sein erhaltenes Geschenk Landcharten und Bücher. Der dritte Sohn theilte sein erhaltenes Geschenk mit seiner Schwester, und diese kaufte sich davon 6 Ellen Band, die Elle zu 2 Gr. Wie viel hat sie für das gekaufte Band bezahlen müssen?"

Wie man sieht, ist diese Aufgabe nicht zweckmäßig. Denn was trägt die Berechnung der Ausgaben des ältesten Sohnes zur Findung des Facits der 6 Ellen Band à 2 Gr. bey? Wenn von dieser Aufgabe weiter nichts als der letzte Satz berechnet werden sollte, so war es genug, sie so zu diktiren:

„Ein Vater hatte 3 Söhne. Jedem schenkte er 3 Thaler. Der dritte Sohn theilte sein erhaltenes Geld mit seiner Schwester, und diese kaufte sich davon 6 Ellen Band à 2 Gr. wie viel behielt sie noch von ihrem geschenkt bekommenen Gelde übrig?

Dergleichen Aufgaben taugen nichts in den Kopfrechnungsstunden. Sie rauben die Zeit, ohne einen Nutzen dafür zu gewähren. Kommen sie öfters vor, so wird dadurch der Kopfrechner zum Unwillen verleitet, weil man ihm unnöthige Mühe verursacht. Mancher Schü-

ler kann auch sogar dadurch verleitet werden, unter der Voraussetzung, daß der Lehrer öfters dergleichen Aufgaben diktirt, sichs bequem zu machen, und die ersten Sätze der Aufgabe nicht mit zu berechnen. Wollte man einwenden, daß doch der eifrige Rechenschüler immer auch durch dergleichen Aufgaben im Rechnen geübt werde, so wende ich dagegen wieder ein, woher erfährt es nun der Lehrer, daß dergleichen müßige Sätze in der Aufgabe sein Rechenschüler auch richtig berechnet habe? Kann er nicht eben so leicht falsch als richtig rechnen? Ich meines Theils möchte auch nicht behaupten, daß sich ein Kopfrechner im Rechnen geübt habe, so lange ich noch in Ungewißheit schwebe, ob er die ihm vorgelegte Aufgabe richtig berechnet hat.

Endlich dürfen auch keine Exempel diktirt werden, die, ob sie wohl berechnet werden könnten, doch der Sache nach nicht richtig sind. Ein Exempel der Art würde folgendes seyn:

„Ein Pferd zieht in einer Stunde 3 Centner, wie viel Centner kann es also in zwey Stunden ziehen?"

Daß bey solchen Exempeln unter den Schülern allerhand Fragen und Streitigkeiten entstehen, und sie sich dadurch überaus zerstreuen würden, läßt sich nicht blos ahnden, sondern gewiß voraussehen. So viel über die Methode.

Nun noch einige andere Bemerkungen. Es wird gewiß einem jeden guten Lehrer viel daran gelegen seyn, nicht wenige, sondern wo möglich alle seine Rechenschüler so weit zu bringen, als es ihre Fähigkeiten verstatten. Inzwischen können ihm in öffentlichen Schulen, in welchen oft vierzig bis funfzig Kinder beysammen sind, und

an dem Unterrichte im Kopfrechnen Antheil nehmen sollen, die verschiednen Talente der Kinder selbst ein Hinderniß werden, diese Absicht auszuführen. Es giebt gute, aber auch langsame Köpfe. Mit den langsamen Köpfen, welche keineswegs vom Lehrer vernachläßigt werden dürfen, muß diese oder jene Rechnungsart freylich länger getrieben und geübt werden, als es bey guten Köpfen nöthig ist. Aber sollen nun, während daß sich der Lehrer mit den langsamen Köpfen beschäftigt, die guten Köpfe ohne Beschäftigung bleiben? Wie soll es also der Lehrer anfangen, um auch einstweilen die guten Köpfe so lange zu beschäftigen, bis die langsamen in dieser oder jener Rechnungsart sich die gehörige Fertigkeit und Uebung erworben haben? Nach meiner Einsicht wird folgendes Mittel diese Schwierigkeit, wo auch nicht ganz, doch gewiß größtentheils heben. Der Lehrer verfertige sich eine Menge Exempel, die im Kopfe ausgerechnet werden können, und welche zugleich eine Anwendung der bereits mit den Rechenschülern durchgegangenen, und hinlänglich geübten Rechnungsarten enthalten. Drey bis vier solcher Exempel schreibe er auf ein Blatt zusammen, und lege sie sodann, mittlerweile er sich mit den langsamen Köpfen beschäftigen muß, den fähigen zu berechnen vor. Auf diese Weise finden die guten Köpfe so lange ihre Beschäftigung, bis die langsamen ihnen nachgekommen sind, und nun der Uebergang zu einer neuen Rechnungsart mit Beyden zugleich gemacht werden kann. Lehrern, welche diesen Vorschlag anwendbar finden, können diejenigen Exempel zur Erleichterung dienen, welche ich in folgenden beyden Schriften habe abdrucken lassen.

Arithmetische Aufgaben in Erzählungen

eingekleidet, Leipzig bey Joh. Ambr. Barth, zweyte Auflage, 1800.

Neue Arithmetische Aufgaben in Erzählungen eingekleidet, Leipzig bey Joh. Ambr. Barth 1800.

Letztere können von den Besitzern der ersten Auflage als Fortsetzung gebraucht werden.

Bey den Uebungen im Kopfrechnen darf der Lehrer durchaus nicht gestatten, daß Kinder Schreibmaterialien zu Hülfe nehmen. Es kann dieser Umstand ein großes Hinderniß für die Fortschritte im Kopfrechnen werden. Je mehr man es Kindern erlaubt, zu Schreibmaterialien ihre Zuflucht zu nehmen, desto verzagter werden sie beym Kopfrechnen. Das beste Mittel, sie vor dem Gebrauche der Schreibmaterialien zu verwahren, ist die Beobachtung des Stufengangs beym Diktiren der Exempel. Man mache anfänglich die Aufgaben so kurz und leicht als möglich. Man begnüge sich, wenn sie Exempel von 2 Zahlen richtig ausrechnen können, und halte damit so lange an, bis sie selbst das Verlangen äußern, etwas Mehreres zu leisten. Bey einem solchen Verfahren werden Kinder von Zeit zu Zeit beherzter, und kommen zuletzt selbst zu der Einsicht, daß der Gebrauch der Schreibmaterialien beym Kopfrechnen nicht nur überflüßig, sondern auch sogar ihnen nachtheilig ist.

Erste Abtheilung.

Von den vier Grundrechnungen.

Kap. 1.

Vom Addiren.

Addiren heißt, wie bekannt, die Summe finden. Die Summe ist das Ganze der gegebenen Zahlen, oder welches einerley ist, diejenige Zahl, in welcher die Einheiten aller gegebenen Zahlen insgesamt enthalten sind.

Ein guter Kopfrechner muß die Fertigkeit besitzen, die Summe zweyer oder mehrerer gegebenen Zahlen nicht nur richtig, sondern auch überaus schnell zu finden. Der Lehrer, welcher gute Kopfrechner zu ziehen wünscht, wird daher sehr darauf bedacht seyn müssen, daß seine sämmtlichen Rechenschüler diese Fertigkeit erlangen, und er wird auch nicht eher einen Schritt weiter mit ihnen fortgehen dürfen, bis sie aufs vollkommenste darinnen geübt und befestigt sind. Allein eben hier entstehen nun jene beyden wichtigen Fragen: auf welchem Wege kann man den Rechenschüler zur Fertigkeit des

richtigen und schnellen Addirens im Kopfe am bequemsten und zweckmäßigsten leiten? Und was giebt es zweytens für Mittel, um den Schüler so lange bey der Lust und Neigung zum Addiren zu erhalten, bis er darinnen aufs vollkommenste geübt, und befestigt worden ist? Diese beyden Fragen will ich nun, so viel als es in meinen Kräften steht, deutlich und bestimmt beantworten. Ehe ich inzwischen mit der Beantwortung der ersten Frage den Anfang mache, so muß ich noch eine nöthige Erinnerung vorausschicken. Die Addition kann, wie bekannt, mit zweyerley, nämlich mit benannten und unbenannten Zahlen verrichtet werden. Da indessen zwischen unbenannten und benannten Zahlen weiter kein Unterschied als der ist, daß letztere die Namen der Dinge, die berechnet werden sollen, bey sich führen; so sieht man leicht ein, daß eben derselbe Weg, der am bequemsten zur richtigen und schnellen Addition unbenannter Zahlen führt, auch der bequemste für die Addition mit benannten Zahlen ist, und daß, wenn einmal der Rechenschüler eine hinlängliche Fertigkeit im Zusammenzählen unbenannter Zahlen besitzt, er auch eben so fertig benannte Zahlen wird summiren können.

Was nun die Beantwortung der ersten Frage anlangt, so finde ich folgendes zu bemerken nöthig: Man kann, wie bekannt, die Summe zweyer oder mehrerer gegebener Zahlen auf dreyerley Wege finden. Der erste Weg ist folgender:

Man zählt zu der einem gegebenen Zahl die Einheiten der andern einzeln hinzu, und findet solchergestalt die

Summe beyder Zahlen. Zur gefundenen Summe beyder Zahlen zählt man nun wieder einzeln die Einheiten der dritten gegebenen Zahl, und findet solchergestalt die Summe aller drey gegebenen Zahlen. Sind noch mehr gegebene Zahlen vorhanden, so setzt man diese Operation so lange fort, bis endlich alle Zahlen unter eine Summe gebracht worden sind. Zum Beyspiel:

„Wie viel beträgt die Summe der Zahlen 8 und 6 und 4?"

Also: 8 und 1 ist 9, und 1 ist 10, und 1 ist 11, und 1 ist 12, und 1 ist 13, und 1 ist 14. Jetzt ist nun die Summe der Zahlen 8 und 6 gefunden worden. Nun geht man weiter: 14 und 1 ist 15, und 1 ist 16, und 1 ist 17, und 1 ist 18. Jetzt sind nun auch die Einheiten der Zahl 4 mit den Einheiten der Zahl 14 unter eine Summe gebracht; und also ist $8 + 6 + 4 = 18$.

Ob nun gleich auf diesem Wege die Summe der gegebenen Zahlen richtig gefunden wird, so sieht doch jedermann von selbst ein, daß dieser Weg äußerst langsam und ermüdend ist, und folglich zum schnellen Zusammenzählen der Zahlen nicht vorgeschlagen werden kann. Er ist nur dann anwendbar, wenn Kinder noch blos im richtigen Zusammenzählen der Einheiten geübt werden müssen.

Der zweyte Weg, die Summe zweyer oder mehrerer gegebenen Zahlen zu finden, ist folgender:

Man zählt nach lauter Zehnern, und zieht jedesmal von der gefundenen Summe so viel Einheiten ab, als

man derselben über die eigentlich zu addirende Zahl zu viel genommen hatte. Zum Beyspiel:

„Wie viel beträgt die Summe von 7 und 9 und 8?"

Also: 7 und 10 ist 17, weniger 1, thut 16. Ferner 16 und 10 ist 26, weniger 2, giebt 24. Ob nun gleich auch auf diesem Wege die richtige Summe erhalten wird, so sieht man doch wohl ein, daß er nicht einfach genug ist. Anwendbar könnte er auch nur dann erst werden, wenn die Kinder schon mit der Subtraktion bekannt sind.

Der dritte Weg, die Summe gegebener Zahlen zu finden, ist folgender:

Man bringt die Zahlen, ohne sie erst nach ihren einzelnen Einheiten zu durchlaufen, geradezu und unmittelbar unter ihre richtige Summe. Zum Beyspiel:

„Wie viel beträgt die Summe von 8 und 9 und 6 und 8?"

Also: 8 und 9 ist 17, und 6 dazu thut 23, und 8 dazu, giebt 31. Dieser Weg ist der einfachste und kürzeste, und mithin auch zur schnellen Addition im Kopfe der beste. Kinder auf diesen Weg zu leiten, kann meines Erachtens auf folgende Weise geschehen! Vors erste setze sie der Lehrer in den Stand, daß sie mit der größten Geschwindigkeit und ohne den geringsten Anstoß die Summe zweyer eintheiliger Zahlen richtig finden lernen. Zu dieser Fertigkeit werden sie gelangen, wenn man sie folgende Tabelle entwerfen läßt.

No. 1.

Tabelle zur Addition eintheiliger Zahlen.

Das Eins und Eins.

1	und 1 ist	2	2	und 5 ist	7	4	und 4 ist	8	6	und 6 ist	12
1	2	3	2	6	8	4	5	9	6	7	13
1	3	4	2	7	9	4	6	10	6	8	14
1	4	5	2	8	10	4	7	11	6	9	15
1	5	6	2	9	11	4	8	12			
1	6	7				4	9	13	7	7	14
1	7	8	3	3	6				7	8	15
1	8	9	3	4	7	5	5	10	7	9	16
1	9	10	3	5	8	5	6	11			
			3	6	9	5	7	12	8	8	16
2	2	4	3	7	10	5	8	13	8	9	17
2	3	5	3	8	11	5	9	14			
2	4	6	3	9	12				9	9	18

In dieser Tabelle kommt, wie man sieht, jede einfache Zahl mit der andern einmal zusammen. Wird sie nun vom Schüler recht überdacht, und vom Lehrer bald in, bald außer der Reihe durchgefragt, so gelangen die Kinder zu der oben erwähnten Fertigkeit ganz gewiß.

Einige Aufgaben zur Uebung.

Ist 8 und 3 mehr oder weniger als 5 und 6?

Welche Summe ist größer, 6 und 8, oder 8 und 6?

Ist 7 und 8 mehr als 16?

Jemand behauptete, 9 und 8 wäre weniger als 17. Hatte er recht?

Zählet in Gedanken zur 5 noch eine andere eintheilige Zahl, und sagt mir die Summe, ich wette, ihr sollet von mir richtig erfahren, welche Zahl ihr dazu gezählt habt.

Sehet diese Zahlen an, und zählet sodann 2, die neben einander stehen, zusammen. Sagt mir laut die Summe,

und dann soll einer eurer Mitschüler euch sagen, welche Zahlen ihr gewählt hattet.

3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 9. 1. 2.

Jetzt will ich euch sieben, die ihr hier beysammen auf einer Bank sitzet, 7mal zwey Zahlen diktiren. Ich bin neugierig, ob jeder von euch ein Paar zuerst summirt haben wird, oder ob einer gar mehrmals der Erste seyn wird, der mir die richtige Summe sagt. Gebt wohl Acht.

7 und 8? 6 und 4? 9 und 3? 6 und 9? 5 und 7? 8 und 4? 3 und 8?

Welcher von euch wird wohl alle Summen folgender 4 Paar Zahlen, die ich jetzt diktiren will, mir richtig und am geschwindesten sagen können?

3 und 6? 9 und 8? 9 und 4? 4 und 8?

August sollte geschwind seinem Vater sagen, wie viel 8 und 9 sey. Er nahm die Finger beym Zählen zu Hülfe, und fand erst nach einer langen Weile die Zahl 18. Was wird der Vater wohl von seinem Zählen für eine Meynung bekommen haben?

Sind Kinder in der Addition zweyer eintheiliger Zahlen hinlänglich geübt, und vollkommen fest worden, so gehe der Lehrer zur Addition solcher Zahlen über, von denen die eine zweytheilig ist. Um ihnen nur erst die Zahlenordnung zu versinnlichen, so schreibe er die zu summirenden Zahlen das erste Mal an die Tafel. Er setze die zweytheilige oben an, und die einfache darunter. Zum Beyspiel:

25
 9

Da der Schüler schon die Fertigkeit besitzt, die Summe zweyer einfacher Zahlen zu finden, so wird er augenblicklich sagen können, daß die beyden letzten unter einander stehenden Zahlen 14 betragen. Weil nun die Zahl 14 aus 4 Einern und einem Zehner besteht, so bedarf der

Schüler jetzt nur noch der Anweisung, den Zehner von der Zahl 14 zu den 2 Zehner der 25 überzutragen, um die richtige Summe zu finden. Durch die öftere Wiederholung solcher Fälle, welche nun im Kopfe geschehen muß, wird endlich der Schüler dieser Operation so gewohnt, daß er nicht nur richtig, sondern auch überaus schnell die Summe finden lernt. Geht nun der Lehrer nicht eher weiter, bis die Schüler schnell und ohne Anstoß bis 100 hinauf zählen können, die Zahlen mögen übrigens durch einander vorkommen, wie sie wollen, so werden die Schüler ganz gewiß eine überaus große Fertigkeit im Zählen erlangen.

Bey Summirung zweyer zweytheiliger Zahlen, z. B. 75 + 36, kann man den Schüler dahin anweisen, daß er zuerst an die höchste der gegebenen Zahlen die sämmtlichen Zehner der andern Zahl, und sodann auch noch ihre Einer hinzu setze. Als 75 und 30 thut 105, und 6 dazu giebt 111. Bey dreytheiligen Zahlen lasse er erst an die höchste der gegebenen Zahlen, die Hunderter der andern, sodann ihre Zehner, und zuletzt noch ihre Einer addiren.

Addition mit Brüchen.

Ein Bruch ist eine solche Zahl, welche Einen oder einige der gleichen Theile enthält, in welche das Ganze ist zerlegt worden; die gleichen Theile, in welche das Ganze ist zerlegt worden, erfährt man aus des Bruches Nenner, welcher, wenn man ihn schriftlich angeben will, unter die Bruchlinie gesetzt werden muß. Die Theile, welche vom Ganzen genommen werden sollen, bestimmt des Bruches Zähler, welcher schriftlich angegeben, über die Bruchlinie zu stehen kommt. Zum Beyspiel:

Zähler $\frac{3}{4}$ Nenner.

Wenn der Lehrer alles dieses den Kindern deutlich gezeigt hat, so kann er sie nun auch Brüche im Kopfe addiren lassen. Es ist inzwischen hier vor der Hand genug, wenn Kinder blos unbenannte Brüche, und zwar mit lauter gleichen Nennern fertig addiren lernen. Zum Beyspiel:

Wie viel Ganze betragen $\frac{3}{8}$ und $\frac{5}{8}$?

Regel zum Verfahren dabey.

Man zähle erst die Zähler der gegebenen Brüche zusammen, und untersuche sodann, wie viel mal der Nenner in ihrer Summe enthalten ist. So viel mal er darinnen enthalten ist, so viel Ganze betragen die Brüche.

Von der Addition mit benannten Brüchen, deren Nenner übrigens gleich oder ungleich seyn mögen, wird weiter unten geredet werden. Ich halte nämlich dafür, daß der Schüler weit schneller davon kommt, wenn er die gegebenen Brüche gleich in ihren wahren Werth umsetzt, und sodann die Summe derselben richtig angiebt. Z. B. $\frac{3}{4}$ Thlr. sind 18 Gr. $\frac{5}{8}$ Thlr. sind 15 Groschen. Die Summe beyder Brüche zusammen giebt 33 Gr. oder 1 Thlr. 9 Gr. Aber eben dieses Umsetzen der Brüche in ihren wahren Werth läßt sich vom Schüler nicht eher verlangen, bis er eine hinlängliche Bekanntschaft mit den weiter unten vorkommenden Tabellen erlangt hat.

Da es nun aber beym Zählen, wie ich gezeigt habe, auf Fertigkeit ankommt, und der Lehrer schlechterdings nicht eher fortgehen darf, bis alle seine Schüler überaus schnell und richtig zählen können, so ist die Untersuchung der zweyten Frage, wie muß es der Lehrer an-

fangen, damit der Schüler des Zusammenzählens nicht überdrüßig werde, sondern so lange Lust behalte, bis man ihn zur Fertigkeit darinnen gebracht hat? gar nicht unbedeutend. Es läßt sich aber diese Frage, wie mich dünkt, folgendermaaßen lösen: Der Lehrer bringe in die Additionsübungen so viel Abwechslung und Mannichfaltigkeit, als es nur immer möglich ist. Dadurch wird dem Ueberdruße gegen das immerwährende Zählen nicht nur vorgebeugt, sondern sogar die Lust dazu noch mehr angeregt. Ich will jetzt so viele Abwechslungen und Veränderungen bey der Uebung in der Addition angeben, als mir bekannt sind, und ich deren bey meinem eignen Unterrichte mich bedienet habe.

Abwechslungen und Veränderungen bey der ersten Art der Addition, nämlich mit unbenannten Zahlen.

Vors erste lasse der Lehrer jedes Kind einzeln bis 50, 80 oder 100 zählen, je nachdem die Anzahl seiner Schulkinder schwach oder stark ist. Er gebe die zu addirenden Zahlen selbst auf. Wenn dieses einige Mal geschehen ist, so lasse er jedes Kind noch ein oder ein paar Mal wieder bis 50, 80 oder 100 zählen, doch mit der Abänderung, daß nicht mehr er, sondern das Kind selbst die summirenden Zahlen wählt. Findet der Lehrer, daß es jetzt noch etwas langsam mit dem Zählen geht, so zähle er einige Mal selbst vor, jedoch mit einer abgemessenen stufenmäßigen Geschwindigkeit. Auf diese Art werden die Kinder allmählich gewöhnt, beym Zählen rascher zu Werke zu gehen, und die Zahlen immer schneller zu sum-

miren. Ob die Kinder in ihren Gedanken dem Lehrer, wenn er ihnen vorzählt, nachzählen, kann er dadurch entdecken, daß er zuweilen statt der richtigen, eine falsche Summe angiebt; z. B. 18 und 6 ist 25. Lassen die Kinder ihn fortzählen, und halten ihn nicht an, so ist das ein sichrer Beweis, daß sie nicht nachgezählt haben *). Hat der Lehrer diese Uebung einige Male angestellt, so muß schon wieder eine neue Art zu zählen ihren Anfang nehmen. Wie ich glaube, wird nun folgende vorgenommen werden können. Er lasse zwey Kinder die Zahlen, die er selbst, oder auch zuweilen zur Abwechslung ein Rechenschüler aufgeben kann, zugleich summiren, mit der vorhergegangenen Anzeige, daß er neugierig zu erfahren sey, welches von beyden Kindern im Zählen die größte Fertigkeit besitze. Diese Art der Addition hat außerordentlich viel anziehendes für die Schüler, indem sie hier in Wetteifer gesetzt werden, und sich so besonders angreifen lernen. Haben diese Uebungen eine Zeit lang gedauert, so nehme er nun folgende Art zu zählen vor. Er setze eine Zahl fest, z. B. 80, 90 oder 100, bis zu welcher gezählt werden soll. Er fordere nun einige Kinder zum Zählen auf, und überlasse ihnen dabey die Zahlen, die sie an die Summe ihres Vorgängers anreihen sollen, selbst zu wählen. Hat zum Beyspiel der erste Rechenschüler gesagt, 8 und 9 ist 17, so kann nun der

*) Anmerkung. Es wird aber freylich vorausgesetzt, daß der Lehrer langsam zähle, die falsche Zahl eben so deutlich wie die übrigen Zahlen ausspreche, und daß die Kinder von ihm vorher sind aufgefordert worden, ihn an der Stelle, wo er absichtlich einmal falsch zählen werde, anzuhalten.

in der Reihe auf ihn folgende dazu setzen, „und 8 ist 25, oder, und 9 ist 26, oder wie er nur selbst will.“ Inzwischen warne er dabey die zum Zählen aufgerufenen Rechenschüler, sich in Acht zu nehmen, daß diese festgesetzte Schlußzahl nicht an sie komme, sondern, daß sich ein jeder unter ihnen durch die Wahl der Zahlen so zu setzen suche, daß nicht er, sondern sein Nachmann schließen müsse. Zählt der Lehrer nun selbst mit, so werden die Kinder gewiß allemal diese Schlußzahl ihm zuschanzen, als welches ihnen das größte Vergnügen verursacht. Um ihnen dieses Vergnügen nicht zu vereiteln, muß der Lehrer, der seiner Sache mächtig ist, hauptsächlich bey den ersten Uebungen, sogar den Kindern, ohne daß sie es merken, durch sein Zählen selbst dazu behülflich seyn. Auch kann der Lehrer zuweilen den Fall umkehren, nämlich die zum Zählen aufgerufenen Kinder anfeuern, nach der Schlußzahl zu streben, als welche in diesem Falle als die Haupt- und Siegeszahl betrachtet werden muß. Mitunter können sogar Brüche eingezählt werden, damit auch hierinnen Uebung befördert werde. So zum Beyspiel kann gezählt werden $98\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ dazu, ist $98\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{8}$ dazu, ist $98\frac{7}{8}$ u. s. w. Die geübtern Rechenschüler finden hierinnen ein Mittel, sich die Schlußzahl vom Halse zu schaffen, wenn nämlich der vorige Fall, sich vor der Schlußzahl zu hüten, festgesetzt worden wäre *).

*) Anmerkung. Bey der Wahl der zu addirenden Zahlen, welche Kindern frey steht, muß der Lehrer darauf sehen, daß sie nur einfache nehmen, und also die höchste, die ein Kind sich wählen darf, die 9 sey. Das Zählen bis 100 mit zweytheiligen Zahlen kann nur erlaubt werden, wenn die Kinder vollkommen geübt sind; und da dürfen auch gegenseitig keine einfachen Zahlen vorkommen.

Wenn endlich die Kinder im Zählen eine große Fertigkeit sich erworben haben, so kann der Lehrer mit der äußersten Geschwindigkeit eine Menge Zahlen hersagen, und so bald er damit fertig ist, nach der Summe fragen. Bey dieser Art zu zählen wird der Geist des Rechenschülers ungemein schnell und gewandt, und es wird dem Lehrer eine überaus große Freude werden, wenn er sieht, wie bey einem jedesmaligen Zählen die Anzahl derer, die die richtige Summe finden, immer größer wird. Da der Lehrer während des Diktirens selbst mit zählen muß, so kann er sich folgende Erleichterung dabey machen. Er diktire die Zahlen so, daß jedes Paar zusammen 10 betragen. Z. B. 8 und 2, 7 und 3, und 6 und 4 f. f. Auf diese Weise kann man selbst beym geschwindesten Diktiren doch die richtige Summe allemal zuerst haben, indem man sich nur die diktirten Zehner sorgfältig merken darf.

Zweyte Art der Addition, mit benannten Zahlen.

Hat der Lehrer seinen Schülern erklärt, was man sich unter benannten Zahlen zu denken habe, und sie darüber unterrichtet, daß nur Dinge von einerley Art zusammen addirt werden können, so kann er erstens die Addition mit verschiedenen Geldsorten anfangen. Auch hier kann er nicht nur mancherley Veränderungen anbringen, sondern auch noch darneben den Grund zu Entwerfung verschiedener nützlicher Tabellen legen. Läßt er zum Beyspiel die Kinder Groschen zusammen zählen, so gebe er das erste Mal ihnen so viel Zahlen, daß die ganze Summe derselben 24 beträgt. Nun kann er sa-

gen, 24 Gr. sind 1 Thaler, welches die Kinder sich entweder merken oder aufschreiben müssen. Das zweyte Mal gehe er bis auf 48 Groschen, wo die Kinder 2 Thaler schreiben. Das dritte Mal lasse er 72 Groschen zählen, welche 3 Thaler betragen. Auch kann er bis 36, oder 60, oder 84, oder 108 Groschen zählen lassen, wobey halbe Thaler zum Vorschein kommen. Auf diesem Wege wird nun folgende Tabelle entstehen, deren Bekanntschaft großen Nutzen beym Kopfrechnen gewährt.

No. 2.

Tabelle. Groschen zu Thalern.

24	Groschen	sind	1	Thaler.	
36	—	—	1	—	12 Groschen.
48	—	—	2	—	
60	—	—	2	—	12 Groschen.
72	—	—	3	—	
84	—	—	3	—	12 Groschen.
96	—	—	4	—	
108	—	—	4	—	12 Groschen,
120	—	—	5	—	
132	—	—	5	—	12 Groschen.
144	—	—	6	—	
156	—	—	6	—	12 Groschen.
168	—	—	7	—	
180	—	—	7	—	12 Groschen.
192	—	—	8	—	
204	—	—	8	—	12 Groschen.
216	—	—	9	—	
228	—	—	9	—	12 Groschen.
240	—	—	10	—	

Durch diese Art der Addition kann der Lehrer auch noch den Grund zu Entwerfung folgender Tabellen legen.

No. 3.

Tabelle. Pfennige zu Groschen und Thalern.

12	Pfennige	sind		1	Groschen.
24	—	—		2	—
36	—	—		3	—
48	—	—		4	—
60	—	—		5	—
72	—	—		6	—
84	—	—		7	—
96	—	—		8	—
108	—	—		9	—
120	—	—		10	—
132	—	—		11	—
144	—	—		12	—
288	—	—	1 Thaler.		
300	—	—	1 —	1	Groschen.

Anmerkung. Man kann in diese Tabelle auch 18, 30, 42 Pfennige u. s. w. mit aufnehmen lassen.

No. 4.

Tabelle. Dreyer zu Groschen und Thalern.

4	Dreyer	sind	1	Groschen.
8	—	—	2	—
12	—	—	3	—
16	—	—	4	—
20	—	—	5	—
24	—	—	6	—
28	—	—	7	—
32	—	—	8	—
36	—	—	9	—
40	—	—	10	—
44	—	—	11	—
48	—	—	12	—

52 Dreyer sind			13 Groschen.	
56 — —			14 —	
60 — —			15 —	
64 — —			16 —	
68 — —			17 —	
72 — —			18 —	
76 — —			19 —	
80 — —			20 —	
84 — —			21 —	
88 — —			22 —	
92 — —			23 —	
96 — —	1 Thaler.			
100 — —	1	—	1 Groschen.	
200 — —	2	—	2 —	

Anmerkung. Bey dieser Tabelle kann der Lehrer seine Schüler zugleich auf etwas aufmerksam machen, was ihnen zur schnellen Berechnung vorgelegter Aufgaben in dieser Münzsorte gute Dienste leisten wird. Da nämlich 100 Dreyer 1 Thaler 1 Gr. sind, so müssen 600 Dreyer 6 Thlr. 6 Gr., 900 Dreyer 9 Thlr. 9 Gr. u. s. w. seyn. Schneidet man also von einer Anzahl Dreyer die beyden Nullen, welche in der Stelle der Einer und Zehner stehen, ab, so zeigt die in der Stelle der Hunderter stehende Zahl die Thaler und Groschen zugleich an. Z. B. 800 Dreyer, wie viel betragen sie Thaler? Also: 8|00 — thut 8 Thlr. 8 Gr. Hätte die Anzahl Dreyer sich auf 809 belaufen, so dürfte man nach dieser gemachten Operation zu den 8 Thlr. 8 Gr. jetzt nur noch 9 Dreyer, (das sind 2 Gr. 3 Pf.) hinzu setzen. Also: 809 Dreyer = 8 Thlr. 10 Gr. 3 Pf. Die Bekanntschaft mit diesem Umstande macht Kindern auch großes Vergnügen.

No. 5.

Tabelle. Zehnkreuzer zu Groschen und Thalern.

1 Zehnkreuzer ist			2 Groschen		8	Pfennige.
2	—	sind	5	—	4	—
3	—	—	8	—		
4	—	—	10	—	8	—
5	—	—	13	—	4	—
6	—	—	16	—		
7	—	—	18	—	8	—
8	—	—	21	—	4	—
9	—	— 1 Thaler.				
18	—	— 2 —				

Anmerkung. Man kann diese Tabelle noch weiter fortsetzen. Inzwischen kann man auch bey der Lehre von der Division den Schüler dahin anweisen, daß er in eine gegebene Anzahl Zehnkreuzer blos mit der 9 dividire; denn da 9 Zehnkreuzer 1 Thaler sind, so müssen auch z. B. 81 Zehnkreuzer 9 Thaler seyn. 9:81=9.

No. 6.

Tabelle. Gulden und Gülden zu Thalern.

3 Gulden	sind	2	Thaler.	
6	—	—	4	—
8 Gülden	—	7	—	
16	—	—	14	—
24	—	—	21	—

Anmerkung. Bey der Lehre von der Division kann man den Schüler anweisen, eine gegebene Anzahl Gülden durch die Division mit der Zahl 8, und durch die Multiplication des gefundenen Quotienten mit 7 in Thaler zu verwandeln: z. B. 56 Gülden sind 49 Thlr. Denn

8:56 = 7 und 7 × 7 ist 49. Eben so auch umgekehrt, kann man eine gegebene Anzahl Thaler in Gülden verwandeln, wenn man die Zahl mit 7 dividirt, und den Quotienten mit 8 multiplicirt, denn da 7 Thaler 8 Gülden sind, so müssen auch nothwendig 63 Thaler 72 Gülden seyn, denn 7:63 giebt 9, und 9 × 8 thut 72. Eben das gilt auch von einer gegebnen Anzahl Gulden. Man dividire sie durch 3, und multiplicire den Quotienten durch 2.

No. 7.

Tabelle. Groschen zu Gulden und Gülden.

16	Groschen	sind	1	Gulden.	
21	—	—	1	Gülden.	
42	—	—	2	—	
63	—	—	3	—	
84	—	—	4	—	
100	—	—	4	—	16 Groschen.
105	—	—	5	—	
126	—	—	6	—	
147	—	—	7	—	
168	—	—	8	—	
189	—	—	9	—	

Ist nun durch die vorhin erwähnte Art der Addition mit Geldsorten der Grund zu Entwerfung dieser angeführten Tabellen gelegt worden, so kann folgende Art der Addition den Anfang nehmen. Der Lehrer lasse verschiedene Geldsorten zusammen zählen. Z. B. Wie viel Thaler betragen 9 Zehnkreuzer, 72 Groschen, 8 Gülden, 3 Gulden u. s. w. Diese Art der Addition ist überaus nützlich. Der Schüler findet hier Gelegenheit, die entworfenen Tabellen zu repetiren, und sich darinnen recht

fest zu machen. Er lernt dabey verschiedene Geldsorten auf eine einzige reduciren, und sieht endlich schon eine nützliche Anwendung, die sich von seinen entworfenen Tabellen machen läßt. Dabey kann nun der Lehrer, um auch in diese Uebung Abwechslung zu bringen, die zusammen zu zählenden Geldsorten in allerhand Fälle einkleiden. Zum Beyspiel:

Aufgaben.

Ein Knabe fand einen Beutel, darinnen staken 120 Groschen, 3 Gulden, und 18 Zehnkreuzer. Wie viel Thaler betrugen diese Geldsorten zusammen? Antw. 9 Thaler.

Ein Knabe sollte seinem Vater für 3 Thaler Groschen, und für 4 Speciesthaler halbe Gulden einwechseln, wie viel Groschen, und wie viel halbe Gulden mußte er dem Vater bringen? Antw. 72 Groschen und 16 halbe Gulden.

Fritz beneidete seine Schwester, weil er glaubte, daß sie in ihrer Sparbüchse mehr Geld, als er in der Seinem hätte. Die Schwester bot ihm einen Tausch an, und Fritz ging ihn ein. Fritz hatte in seiner Sparbüchse 9 halbe Gulden, 6 Viergroschenstücken und 3 Zehnkreuzer; die Schwester hingegen in der Ihrigen 96 Groschen und 16 Sechser. Wie viel hatte nun der neidische Fritz bey diesem Tausche profitirt? Ant. Nichts.

Welche Geldsorte würde euch die liebste seyn, Kinder: 3 Thaler, oder 9 halbe Gulden, oder 18 und 9 Zehnkreuzer, oder 400 Dreyer? Antw. Die letzte. Warum?

Andreas hatte 8 Gülden, 6 Thaler, 48 Groschen und 72 Dreyer. Ferdinand besaß 120 Groschen, 9 halbe Gulden, 7 Thaler und 144 Pfennige. Welcher von beyden war der reichste? Antw. Andreas. Wie viel Pfennige hatte er mehr? Antw. 72 Pfennige.

Ein Vater bezahlte für seinen Sohn Schulgeld 3 Thaler. Für 16 Groschen kaufte er ihm einen Farbekasten, worinnen

auch noch zwey englische Bleystifte lagen, die 8 Groschen kosteten. Noch einmal so viel Thaler, als er schon für ihn ausgegeben hatte, und auch noch einmal so viel Groschen, mußte er für sein neues Kleid bezahlen. 18 Zehnkreuzer endlich kosteten ihn Karls neue Halbstiefeln. Wie viel Thaler betrug diese Ausgabe des Vaters zusammen? Antw. 14 Thaler.

Gebet ihr mir zu meinen Groschen noch 3 und 4 und 9 von den eurigen, so sind meine Groschen mit den eurigen zusammen genommen, eben so viel Thaler werth, als 6 und 3 und 5 und 4 Stück Zehnkreuzer Thaler betragen? Wie viel habe ich also Groschen bey mir? Antw. 32 Groschen.

Besitzen die Kinder in dieser Art der Addition eine hinlängliche Fertigkeit, so kann der Lehrer zur dritten Art, nämlich zur Addition mit benannten Brüchen übergehen. Er beobachte aber hierbey sorgfältig den Stufengang. Erst gebe er wenig Brüche, und zwar ohne dabey befindliche Ganze, den Kindern zum Zusammenzählen auf. Sodann nehme er mehrere, sodann wieder wenige und Ganze dazu, und zuletzt Ganze und Brüche in größerer Anzahl. Die schnellste und für den Kopfrechner bequemste Addition mit benannten Brüchen ist, meines Erachtens, folgende: Der Lehrer lasse den Schüler jeden Bruch sogleich in seinen Werth umsetzen, und ihn sodann wie bey der Addition mit ganzen Zahlen verfahren. Z. B. wie viel Thaler betragen $\frac{5}{8}$ Thlr. (also 15 Gr.) und $\frac{1}{3}$ Thlr. (8 Gr. und also beydes zusammen 23 Groschen) und $\frac{1}{24}$ Thlr. (1 Gr.). Diese Brüche machen zusammen 1 Thlr. Inzwischen müssen erst, ehe man vom Schüler dieses Umsetzen verlangen kann, nachstehende Tabellen wohl mit ihm durchgegangen worden seyn.

No. 8.

Tabelle. Thalerbrüche nach ihrem Werthe.

$\frac{1}{2}$	Thaler	beträgt	12	Groschen.			
$\frac{1}{3}$	—	—	8	—			
$\frac{2}{3}$	—	—	16	—			
$\frac{1}{4}$	—	—	6	—			
$\frac{3}{4}$	—	—	18	—			
$\frac{1}{6}$	—	—	4	—			
$\frac{5}{6}$	—	—	20	—			
$\frac{1}{8}$	—	—	3	—			
$\frac{3}{8}$	—	—	9	—			
$\frac{5}{8}$	—	—	15	—			
$\frac{7}{8}$	—	—	21	—			
$\frac{1}{9}$	—	—	2	—	8	Pfennige.	
$\frac{2}{9}$	—	—	5	—	4	—	
$\frac{4}{9}$	—	—	10	—	8	—	
$\frac{5}{9}$	—	—	13	—	4	—	
$\frac{7}{9}$	—	—	18	—	8	—	
$\frac{8}{9}$	—	—	21	—	4	—	
$\frac{1}{12}$	—	—	2	—			
$\frac{5}{12}$	—	—	10	—			
$\frac{7}{12}$	—	—	14	—			
$\frac{11}{12}$	—	—	22	—			
$\frac{1}{16}$	—	—	1	—	6	Pfennige.	
$\frac{3}{16}$	—	—	4	—	6	—	

$\frac{5}{16}$	Thaler beträgt	7	Groschen.	6	Pfennige.
$\frac{7}{16}$	— —	10	—	6	—
$\frac{11}{16}$	— —	16	—	6	—
$\frac{15}{16}$	— —	22	—	6	—
$\frac{1}{18}$	— —	1	—	4	—
$\frac{5}{18}$	— —	6	—	8	—
$\frac{1}{24}$	— —	1	—		
$\frac{1}{32}$	— —			9	Pfennige.
$\frac{1}{36}$	— —			8	—
$\frac{1}{48}$	— —			6	—
$\frac{1}{72}$	— —			4	—

No. 9.

Tabelle. Groschenbrüche nach ihrem Werthe.

$\frac{1}{2}$	Groschen beträgt	6	Pfennige.
$\frac{1}{3}$	— —	4	—
$\frac{2}{3}$	— —	8	—
$\frac{1}{4}$	— —	3	—
$\frac{3}{4}$	— —	9	—
$\frac{1}{6}$	— —	2	—
$\frac{1}{12}$	— —	1	—

No.

No. 10.

Tabelle. Güldenbrüche nach ihrem Werthe.

$\frac{1}{2}$	Gülden	beträgt	10	Groschen	6	Pfennige.
$\frac{1}{3}$	—	—	7	—		
$\frac{2}{3}$	—	—	14	—		
$\frac{1}{4}$	—	—	5	—	3	Pfennige.
$\frac{3}{4}$	—	—	15	—	9	—
$\frac{1}{6}$	—	—	3	—	6	—
$\frac{1}{12}$	—	—	1	—	9	—
$\frac{1}{7}$	—	—	3	—		
$\frac{2}{7}$	—	—	6	—		
$\frac{1}{14}$	—	—	1	—	6	Pfennige.
$\frac{1}{21}$	—	—	1	—		

No. 11.

Tabelle. Dukatenbrüche nach ihrem Werthe.

a) Den Dukaten nach seinem Pary, d. i. 2 Thlr. 18 Gr. gerechnet.

$\frac{1}{2}$	St. Duk.	beträgt	1 Thaler	9	Groschen.		
$\frac{1}{3}$,	—	—		22	—		
$\frac{2}{3}$,	—	—	1 Thaler	20	—		
$\frac{1}{4}$,	—	—		16	—	6	Pfennige.
$\frac{3}{4}$,	—	—	2 Thaler	1	—	6	—
$\frac{1}{6}$,	—	—		11	—		
$\frac{5}{6}$,	—	—	2 Thaler	7	—		
$\frac{1}{8}$,	—	—		8	—	3	Pfennige.
$\frac{1}{9}$,	—	—		7	—	4	—
$\frac{1}{12}$,	—	—		5	—	6	—

4 , — betragen 11 Thaler.

b) Den Dukaten zu 2 Thlr. 20 Gr. gerechnet.

$\frac{1}{2}$	St. Duk.	beträgt	1 Thaler	10 Groschen.	
$\frac{1}{3}$,	—	—		22 —	8 Pfennige.
$\frac{1}{4}$,	—	—		17 —	
$\frac{1}{8}$,	—	—		8 —	6 Pfennige.
$\frac{1}{12}$,	—	—		5 —	8 —
$\frac{1}{6}$,	—	—		11 —	4 —
$\frac{1}{16}$,	—	—		4 —	3 —
$\frac{3}{8}$,	—	—	1 Thaler	1 —	6 —
$\frac{3}{4}$,	—	—	2 —	3 —	

c) Den Dukaten zu 2 Thlr. 21 Gr. gerechnet.

$\frac{1}{2}$	St. Duk.	beträgt	1 Thaler	10 Groschen	6 Pfennige.
$\frac{1}{4}$,	—	—		17 —	3 —
$\frac{1}{3}$,	—	—		23 —	
$\frac{1}{6}$,	—	—		11 —	6 —
$\frac{1}{9}$,	—	—		7 —	8 —
$\frac{1}{12}$,	—	—		5 —	9 —

d) Den Dukaten zu 2 Thlr. 22 Gr. gerechnet.

$\frac{1}{2}$	St. Duk.	beträgt	1 Thaler	11 Groschen.	
$\frac{1}{3}$,	—	—		23 —	4 Pfennige.
$\frac{1}{4}$,	—	—		17 —	6 —
$\frac{1}{8}$,	—	—		8 —	9 —
$\frac{1}{5}$,	—	—		14 —	
$\frac{1}{6}$,	—	—		11 —	8 —
$\frac{1}{7}$,	—	—		10 —	
$\frac{1}{10}$,	—	—		7 —	

c) Den Dukaten zu 3 Thlr. gerechnet.

$\frac{1}{2}$ St. Duk. beträgt		1 Thaler	12 Groschen.				
$\frac{1}{3}$	—	—	1	—			
$\frac{1}{4}$	—	—		18	—		
$\frac{1}{8}$	—	—		9	—		
$\frac{1}{9}$	—	—		8	—		
$\frac{1}{12}$	—	—		6	—		
$\frac{1}{16}$	—	—		4	—	6 Pfennige.	

No. 12.

Tabelle. Louisd'orbrüche nach ihrem Werthe.

a) Den Louisd'or nach seinem Pary, d. i. 5 Thaler gerechnet.

$\frac{1}{2}$ Louisd'or beträgt			2 Thaler	12 Groschen.				
$\frac{1}{3}$	—	—	1	—	16	—		
$\frac{1}{4}$	—	—	1	—	6	—		
$\frac{1}{5}$	—	—	1	—				
$\frac{1}{6}$	—	—			20	—		
$\frac{1}{8}$	—	—			15	—		
$\frac{1}{9}$	—	—			13	—	4 Pfennige.	
$\frac{1}{10}$	—	—			12	—		
$\frac{1}{12}$	—	—			10	—		
$\frac{1}{16}$	—	—			7	—	6	—
$\frac{1}{18}$	—	—			6	—	8	—

b) Den Louisd'or zu 5 Thlr. 4 Gr. gerechnet.

$\frac{1}{2}$ Louisd'or beträgt 2 Thaler 14 Groschen.

$\frac{1}{3}$	—	—	1	—	17	—	4	Pfennige.
$\frac{1}{4}$	—	—	1	—	7	—		
$\frac{1}{6}$	—	—			20	—	8	—
$\frac{1}{8}$	—	—			15	—	6	—
$\frac{1}{9}$	—	—			13	—	8	—
$\frac{1}{12}$	—	—			10	—	4	—
$\frac{1}{16}$	—	—			7	—	4	—

c) Den Louisd'or zu 5 Thlr. 6 Gr. gerechnet.

$\frac{1}{2}$ Louisd'or beträgt 2 Thaler 15 Groschen.

$\frac{1}{3}$	—	—	1	—	18	—		
$\frac{1}{4}$	—	—	1	—	7	—	6	Pfennige.
$\frac{1}{6}$	—	—			21	—		
$\frac{1}{7}$	—	—			18	—		
$\frac{1}{8}$	—	—			15	—	9	—
$\frac{1}{9}$	—	—			14	—		
$\frac{1}{12}$	—	—			10	—	6	—

d) Den Louisd'or zu 5 Thlr. 8 Gr. gerechnet.

$\frac{1}{2}$ Louisd'or beträgt 2 Thaler 16 Groschen.

$\frac{1}{3}$	—	—	1	—	18	—	8	Pfennige.
$\frac{1}{4}$	—	—	1	—	8	—		
$\frac{1}{6}$	—	—			21	—	4	—
$\frac{1}{8}$	—	—			16	—		
$\frac{1}{12}$	—	—			10	—	8	—
$\frac{1}{16}$	—	—			8	—		

Anmerkung. Diese Bruchtabellen haben auch noch einen andern Nutzen für den Schüler. Sind sie ihm nämlich gut im Gedächtniß, so wird er bey den Uebungen in der Regel de Tri eine überaus große Menge Aufgaben mit der größten Leichtigkeit und Fertigkeit ausrechnen lernen. Das beste Mittel, ihm dieselben recht bekannt und geläufig zu machen, ist die öftere Wiederholung derselben. Der Lehrer thut daher wohl, wenn er auch bey den Uebungen in der Subtraktion, Multiplication und Division fleißig auf sie Rücksicht nimmt, und wo möglich in alle seine Aufgaben eine oder einige solcher Eintheilungen mit einmischt. Bey dem Diktiren der Brüche selbst muß der Lehrer darauf sehen, daß dem Schüler die Operation nicht erschweret werde. Anstatt zum Beyspiel eine Anzahl Brüche in dieser Ordnung zu diktiren: $\frac{1}{3}$ Groschen, und $\frac{2}{8}$ Thaler, und $\frac{13}{24}$ Thaler, und $\frac{4}{9}$ Thaler, und $\frac{2}{3}$ Thaler; diktire er sie lieber in folgender Ordnung: „Wie viel Thaler betragen $\frac{2}{3}$ Thaler, und $\frac{2}{8}$ Thaler, und $\frac{13}{24}$ Thaler, und $\frac{4}{9}$ Thaler, und $\frac{1}{3}$ Groschen? Daß die Addition im letztern Falle dem Schüler viel leichter und bequemer als im ersten werden muß, wird jeder, der es untersucht, gegründet finden.

Nach Beendigung der Addition verschiedener Geldsorten kann der Lehrer mit seinen Schülern die Addition verschiedener Gewichte und Maaße vornehmen. Diese ist für den Schüler ebenfalls sehr nützlich. Er bekommt dadurch nicht nur eine Bekanntschaft mit diesen Gegenständen selbst, sondern wird auch im Addiren noch mehr geübt. Er kann dabey den nämlichen Gang beobachten, den er bey der Addition mit den Geldsorten genommen hat. An Abwechslung und Mannichfaltigkeit fehlt es hier auch nicht. Inzwischen würde ich theils zu weitläufig werden, theils eine überflüßige Arbeit unternehmen, wenn ich alle Gewichte und Maaße, die im gemeinen Leben vorkommen, und gewiß jedem Lehrer bekannt seyn

werden, hier angeben wollte. Ich will also nur noch zwey Tabellen beyfügen.

No. 13.

Tabelle. Centnerbrüche nach ihrem Werthe.

$\frac{1}{2}$	Centner beträgt	55	Pfund.	
$\frac{1}{4}$	— —	27	—	16 Loth.
$\frac{3}{4}$	— —	82	—	16 —
$\frac{1}{5}$	— —	22	—	
$\frac{2}{5}$	— —	44	—	
$\frac{3}{5}$	— —	66	—	
$\frac{4}{5}$	— —	88	—	
$\frac{1}{8}$	— —	13	—	24 —
$\frac{3}{8}$	— —	41	—	8 —
$\frac{5}{8}$	— —	68	—	24 —
$\frac{7}{8}$	— —	96	—	8 —
$\frac{1}{16}$	— —	6	—	24 —
$\frac{3}{16}$	— —	20	—	20 —
$\frac{5}{16}$	— —	34	—	12 —
$\frac{7}{16}$	— —	48	—	4 —
$\frac{9}{16}$	— —	61	—	28 —
$\frac{15}{16}$	— —	103	—	4 —
$\frac{1}{32}$	— —	3	—	14 —
$\frac{1}{55}$	— —	2	—	

No. 14.

Tabelle. Pfundbrüche nach ihrem Werthe.

$\frac{1}{2}$	Pfund	beträgt	16	Loth.
$\frac{1}{4}$	—	—	8	—
$\frac{3}{4}$	—	—	24	—
$\frac{1}{8}$	—	—	4	—
$\frac{3}{8}$	—	—	12	—
$\frac{5}{8}$	—	—	20	—
$\frac{7}{8}$	—	—	28	—
$\frac{1}{16}$	—	—	2	—
$\frac{3}{16}$	—	—	6	—
$\frac{5}{16}$	—	—	10	—
$\frac{7}{16}$	—	—	14	—
$\frac{1}{32}$	—	—	1	—

Wenn man ein Ganzes in gleiche Hälften theilt, so ist die Summe der Einheiten der einen Hälfte gleich der Summe der Einheiten der andern Hälfte. Man nehme z. B. an, das Ganze bestehe aus 20 Einheiten. Also 20 halbirt giebt 10 = 10. Ist von einem halbirten Ganzen die Summe der Einheiten der einen Hälfte bekannt, so kann man die Summe der Einheiten, die das Ganze in sich enthält, dadurch finden, daß man die Einheiten der bekannten Hälfte doppelt nimmt. Sollte man z. B. angeben, wie viel Einheiten ein Ganzes enthalte, dessen Hälfte 12 ist, so dürfte man nur die 12 doppelt nehmen. Die Zahl 24 ist die Summe aller Einheiten,

aus welchen das Ganze besteht, denn es giebt keine andre Zahl ausser der 24, deren Hälfte aus 12 Einheiten besteht. Wenn man Kindern diesen arithmetischen Grundsatz recht deutlich und faßlich erklärt, und ihnen denselbigen durch Beyspiele erläutert, so werden sie dadurch in den Stand gesetzt, noch eine Art der Addition zu verrichten, die ihnen nicht nur sehr angenehm ist, sondern auch ihren Verstand schärft. Diese Addition besteht darinnen, daß man sie aus den gegebenen Einheiten der Hälfte eines unbekannten Ganzen das unbekannte Ganze selbst finden läßt. Dabey können nun auch verschiedene Veränderungen angebracht werden, als wodurch diese Uebung Kindern noch angenehmer wird. Ich will einige solcher Veränderungen hier angeben. Erst lege der Lehrer den Kindern Aufgaben der Art vor:

„Ein Knabe fand einen Beutel mit Gelde. Die Hälfte dieses Geldes betrug 6 Thlr. Wie viel Thaler waren also im Beutel überhaupt?

Nimmt der Rechenschüler die 6 doppelt, so hat er die Anzahl der im Beutel befindlichen Thaler richtig gefunden.

Eine andere Veränderung ist diese. Der Lehrer gebe die Summe der Einheiten, aus welchen die Hälfte des unbekannten Ganzen besteht, stückweise an: zum Beyspiel

„Ein Vater kaufte seinem Sohne ein Bund Federspulen. Der Sohn behielt die Hälfte dieser Federspulen für sich. 12 Stück schenkte er seinem Bruder Karl, 6 Stück seinem Bruder Fritz, 4 Stück seiner Schwester Julie und 3 Stück seiner Schwester Henriette. Wie viel Stück Federspulen hatte der Vater seinem Sohne geschenkt?“ Antw. 50 Stück.

Dritte Veränderung: Man gebe die Summe der Einheiten nicht nur stückweise, sondern auch in Brüchen und verschiedenen Münzsorten an: zum Beyspiel.

„Ein Vater schenkte seinen beyden Söhnen den Profit von seiner verkauften Waare, jedem zur Hälfte. Karl kaufte sich für sein erhaltenes Geld, 1) für 72 Groschen Bücher. 2) Für $\frac{3}{4}$ Thlr. Farben. 3) Für 72 Pfennige Bleystifte und Pinsel. 4) Für 6 Thaler ein Kleid. August legte sein Geld in die Sparbüchse. Wie viel Thaler hatte der Vater an seinen Waaren Profit gemacht?" Antw. 20 Thaler.

Vierte Veränderung: Der Lehrer nehme eine ungerade Zahl zum Ganzen an, und diktire Aufgaben der Art:

„Karl wurde gefragt, wie alt er sey? Er antwortete: Die Hälfte und ein halbes Jahr meines Lebens habe ich in Leipzig, 2 Jahr in Dresden, und 6 Jahr in Meißen verlebt. Wie alt war also Karl?" Antw. 17 Jahr.

Fünfte Veränderung: Der Lehrer nehme eine Zahl mit einem Bruche zum Ganzen an, und gebe Aufgaben der Art auf:

„Ein Knabe sollte seinem Vater ausrechnen, wie viel er für ihn Geld ausgegeben habe. Die Hälfte und einen Viertel Thaler, sprach der Vater, habe ich an deinen Lehrer Schulgeld bezahlt. 72 Groschen kosten mich deine Schulbücher. 4 Thaler deine Kleidungsstücke, und 5 Thaler dein Reißzeug. Wie viel Thaler betrug dieses zusammen?" Antw. $24\frac{1}{2}$ Thaler.

Man kann sechstens mit der Frage selbst abwechseln. So z. B. konnte im vorhergehenden Exempel auch gefragt werden, wie viel hatte der Vater dem Lehrer Schulgeld bezahlt?

Hinlänglich geübten Schülern kann man endlich siebentens Aufgaben der Art vorlegen:

„Ein Vater vertheilte unter seine beyden erwachsenen Söhne eine Anzahl Thaler. Karl kaufte sich für die Hälfte und einen halben Thaler seines erhaltenen Geldes ein Haus. 100 Thaler steckte er in seine Handlung. Für 50 Thaler kaufte er sich Hausgeräthe, und für 50 Thaler einen Garten. August lieh die Hälfte seines Geldes einem guten Freunde. 180 Thaler verwendete er auf sein Fabrikwesen, und 20 Thaler bezahlte er für Bücher. Wie viel hatte der Vater seinen beyden Söhnen zusammen Thaler geschenkt?" Antw. 801 Thaler.

Aufgaben der Art sind besonders eine vortreffliche Gedächtnißübung für Kinder, und bereiten sie allmählich zu verwickeltern Auflösungen mancher Aufgaben im Kopfe vor. Freylich dürfen sie, wie ich schon erinnert habe, nicht zu früh aufgegeben werden, weil sonst die Kinder durch das Mißlingen der ersten Versuche den Muth verlieren könnten. Wenn ein Kind mehrere Aufgaben geschickt und fertig ausgerechnet hat, so kann nunmehr auch der Lehrer zur Belohnung ihm das Diktiren solcher Aufgaben selbst überlassen, als welches für die übrigen Kinder keine geringe Aufmunterung seyn wird, nachzueifern. So viel von der Addition.

Kap. 2.

Vom Subtrahiren.

Der Rechenschüler muß eben so fertig im Kopfe subtrahiren als addiren lernen. Da das Subtrahiren ungleich leichter als das Addiren ist, so wird es dem Lehrer weit weniger Mühe verursachen, ihm zu einer Fertigkeit darinnen zu verhelfen, wenn nur der Stufengang wohl beobachtet, und dem Schüler alles deutlich und leicht vorgetragen wird. Ich will bey der Subtraktion den nämlichen Weg einschlagen, den ich bey der Addition genommen habe; und also Erstens zeigen, wie man den Schüler zum fertigen und geschwinden Subtrahiren im Kopfe leiten kann: Zweytens, welche Veränderungen und Abwechslungen sich dabey anbringen lassen.

Subtrahiren heißt, wie bekannt, nichts anders, als den Rest oder die Differenz finden. Der Rest, oder die Differenz ist diejenige Zahl, welche die Einheiten in sich enthält, die übrig geblieben sind, wenn man von einer größern Zahl (dem Minuenden) eine kleinere (den Subtrahenden) hinweg genommen hat. Dieser Rest kann nun aber ebenfalls wie bey der Addition auf dreyerley Wege gefunden werden. Der erste Weg ist folgender. Man zieht von der größern Zahl die kleinere nach ihren einzelnen Einheiten ab, und findet solchergestalt den Rest. Zum Beyspiel: 18 — 9. Also 18 weniger 1, bleibt 17. 17 weniger 1, bleibt 16. 16 weniger 1, bleibt 15 u. s. w. Dieser Weg ist lang-

weilig und ermüdend, und kann daher gar nicht empfohlen werden.

Der zweyte Weg ist dieser. Man zieht von der größern Zahl nicht unmittelbar die gegebene kleinere ab, sondern allemal 10 Einheiten, und setzt sodann nach dieser vollzogenen Operation zum gefundenen Reste so viel Einheiten wieder hinzu, als man derselben über die eigentlich abzuziehende gegebene Zahl zu viel hinweg genommen hatte. Zum Beyspiel: 18 — 9. Also 18 weniger 10 bleibt 8 und 1 dazu, giebt 9. Auch dieser Weg ist zum geschwinden Subtrahiren nicht wohl zu empfehlen, ob man gleich darauf die Differenz auch richtig finden kann.

Der dritte Weg endlich ist folgender: Man zieht von der gegebenen größern Zahl die gegebene kleinere geradezu, und unmittelbar ab. Zum Beyspiel: 18—9. Also 9 von 18 bleibt 9. Dieser Weg ist der einfachste, und mithin auch zum Subtrahiren im Kopfe der bequemste. Um Kindern diesen Weg geläufig zu machen, so lasse man sie vor allererst folgende Tabelle entwerfen.

No. 15.

Tabelle zur Subtraktion einfacher Zahlen von einfachen.

Das Eins von Eins.

9 von 9 bleibt 0
8 — 9 — 1
7 — 9 — 2
6 — 9 — 3
5 — 9 — 4
4 — 9 — 5
3 — 9 — 6
2 — 9 — 7
1 — 9 — 8
—
8 — 8 — 0
7 — 8 — 1
6 — 8 — 2
5 — 8 — 3
4 — 8 — 4
3 — 8 — 5
2 — 8 — 6
1 — 8 — 7
—

7 von 7 bleibt 0
6 — 7 — 1
5 — 7 — 2
4 — 7 — 3
3 — 7 — 4
2 — 7 — 5
1 — 7 — 6
—
6 — 6 — 0
5 — 6 — 1
4 — 6 — 2
3 — 6 — 3
2 — 6 — 4
1 — 6 — 5
—
5 — 5 — 0
4 — 5 — 1
3 — 5 — 2

2 von 5 bleibt 3
1 — 5 — 4
—
4 — 4 — 0
3 — 4 — 1
2 — 4 — 2
1 — 4 — 3
—
3 — 3 — 0
2 — 3 — 1
1 — 3 — 2
—
2 — 2 — 0
1 — 2 — 1
—
1 — 1 — 0
—

In dieser Tabelle kommt jede einfache Zahl mit der andern einmal zusammen. Macht sie sich der Schüler recht bekannt, damit er einfache Zahlen ohne Anstoß von einander subtrahiren kann, so kann der Lehrer ihm sodann zeigen, wie er von einer zweytheiligen Zahl eine einfache abzuziehen habe. Er schreibe an eine Tafel eine zweytheilige Zahl an, z. B. 28, und setze die davon abzuziehende einfache darunter. Also $\begin{array}{r}28.\\4.\end{array}$ Da dem Schüler das Abziehen einfacher Zahlen von einfachen schon bekannt

und geläufig ist, so wird er augenblicklich wissen, daß 24 der Rest ist; denn da er von der in der Stelle der Zehner stehenden Zahl 2 keinen Abzug zu machen hatte, so blieb auch die Zehnerstelle ganz unverändert. Sollte nun aber der Fall eintreten, (und diesen Fall muß der Lehrer eintreten lassen, wenn die Rechenschüler im vorigen hinlänglich geübt sind,) daß die abzuziehende einfache Zahl größer wäre, als die in der Stelle der Einer stehende Zahl des Minuenden, (z. B. 28. 9.) so darf der Lehrer, um seine Schüler auch zu dieser Art der Subtraktion geschickt zu machen, nur ihnen zeigen, daß man bey diesem Falle, um den Abzug vollziehen zu können, aus der Stelle der Zehner einen Zehner (zehn Einheiten) in die Stelle der Einer übertragen müsse. (Bey der vorhin erwähnten Zahl 28 würde also nach Uebertragung des Zehners in die Klasse der Einer, die Summe der Einheiten sich auf 18 belaufen, und nun können 9 Einheiten ganz bequem von dieser Summe abgezogen werden). Durch diese Operation wird nun die Zehnerzahl verändert, d. h., die in der Stelle der Zehner stehende Zahl wird um einen Zehner geringer oder kleiner. (Bey der Zahl 28 würde also nach Abzug der 9 nur noch ein Zehner, und neun Einheiten übrig bleiben). Wenn man nun dem Schüler alles dieses an der Tafel deutlich gezeigt, aus einander gesetzt, und versinnlicht hat, so kann man ihn sodann ähnliche Operationen im Kopfe verrichten lassen. Da der Schüler schon fertig addiren gelernt hat, so ist keinesweges zu besorgen, daß ihm der Abzug einer größern Zahl von einer in der Stelle der Einer stehenden kleinern große Mühe verursachen werde. Wer weiß, daß z. B. 9 und 8 siebenzehn ist, der wird auch wissen, daß von 17 die

Zahl 8 hinweg genommen, 9 Rest bleibt, oder umgekehrt, daß 9 von 17 hinweggenommen, 8 Rest läßt. Inzwischen könnte man auch den Schüler noch außerdem eine Tabelle entwerfen lassen, worinnen zweytheilige Zahlen angesetzt werden, von welchen eine einfache, die jedoch größer als die in der Stelle der Einer stehende Zahl des Minuenden ist, abgezogen werden soll. Ich will eine Tabelle der Art hier ansetzen.

No. 16.

Tabelle zur Subtraktion einfacher Zahlen von zweytheiligen.

19	18	17	16	15	14	13	12	11	10		18	17	16
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9		8	8	8
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1		10	9	8

15	14	13	12	11	10		17	16	15	14	13	12
8	8	8	8	8	8		7	7	7	7	7	7
7	6	5	4	3	2		10	9	8	7	6	5

11	10		16	15	14	13	12	11	10		15	14	13
7	7		6	6	6	6	6	6	6		5	5	5
4	3		10	9	8	7	6	5	4		10	9	8

12	11	10		14	13	12	11	10		13	12	11	10
5	5	5		4	4	4	4	4		3	3	3	3
7	6	5		10	9	8	7	6		10	9	8	7

12	11	10		11	10
2	2	2		1	1
10	9	8		10	9

Macht sich der Schüler diese Tabelle recht bekannt, so wird ihm das Abziehen einer einfachen Zahl von einer zweytheiligen nicht die geringste Mühe verursachen können, und es wird ihm auch nicht schwer fallen, die Subtraktion zu verrichten, wenn die zweytheilige Zahl mehr Zehner hat.

Wenn eine zweytheilige Zahl von einer zweytheiligen im Kopfe abgezogen werden soll, so darf man nur von der letzten Einheit der abzuziehenden Zahl (dem Subtrahenden) an, bis zur letzten Einheit des Minuenden fortzählen. Durch dieses Verfahren entdeckt man die noch übrigbleibenden Einheiten des Minuenden, als welche der Rest sind; denn der Rest ist, wie ich schon erwähnt habe, nichts anders als diejenige Zahl, welche die Einheiten in sich enthält, die noch übrig geblieben sind, wenn man eine kleinere Zahl von der größern hinweg genommen hat. Ich glaube, daß diese Operationsart die leichteste, einfachste und sicherste ist, und von Kindern am besten vollzogen werden kann. Man nehme zum Beyspiel an, es sollte die Zahl 23 von 48 abgezogen werden. Die letzte Einheit des Subtrahenden ist die drey und zwanzigste. Von dieser also fortgezählt bis 33 *) (dieses giebt 10 Einheiten Ueberschuß); ferner von 33 bis 43 (dieses giebt noch 10 Einheiten und also überhaupt 20 Einheiten), und endlich von 43 bis 48 (dieses giebt 5 Einheiten, und also überhaupt 25 Einheiten Ueberschuß). Also 48 — 23 läßt Rest 25. Bey dreytheiligen Zahlen kann man den nämlichen Weg einschlagen. Beym schriftlichen Rechnen werden, wie bekannt, Einer von Einern, Zehner von Zehnern u. s. w. abgezogen. Allein diese Verfahrungsart ist beym Kopfrechnen unsicher, indem man leicht etwas dabey vergessen, oder sich verirren kann. Wenn man die Subtraktion mit sortirten Zahlen zu verrichten hat **), so kann man sich dabey nach fol-

*) Man kann nämlich gleich 10 Einheiten auf einmal zusammen nehmen.

**) Sortirte Zahlen sind solche, die aus mehreren Sorten, z. B. Thalern, Groschen und Pfennigen bestehen.

gender Regel richten: „Man nehme von der höchsten und besten Sorte des Minuenden den ganzen Subtrahenden mit einem Male weg. Was nach geschehner Operation von dieser Sorte übrig bleibt, ist der Rest. Zu diesem Reste die übrigen beim Minuenden stehenden geringern Sorten hinzu gefügt, bringen den ganzen Rest, oder die wahre Differenz zum Vorschein.“ Ich will einige Beyspiele dazu ansetzen.

„Wie viel bleibt übrig, wenn 4 Thaler 16 Groschen von 6 Thlr. 18 Gr. abgezogen werden?“

Verfahren:

4 Thlr. 16 Gr. von 6 Thalern abgezogen, bleibt 1 Thlr. 8 Gr.: dazu 18 Gr. addirt, giebt 2 Thlr. 2 Gr. Also 6 Thlr. 18 Gr. — 4 Thlr. 16 Gr. = 2 Thlr. 2 Gr.

„Wie viel bleibt von 4 Thlr. 13 Gr. 4 Pf. übrig, wenn 3 Thlr. 15 Gr. davon abgezogen werden?“

Verfahren:

3 Thlr. 15 Gr. von 4 Thalern abgezogen, lassen Rest 9 Gr. und 9 Gr. + 13 Gr. 4 Pf. = 22 Gr. 4 Pf. Also 4 Thlr. 13 Gr. 4 Pf. — 3 Thlr. 15 Gr. = 22 Gr. 4 Pf.

„Wie viel bleibt übrig, wenn von 5 Thlr. 12 Gr. 6 Pf. abgezogen werden 4 Thlr. 21 Gr. 9 Pf.?“

Verfahren:

4 Thlr. 21 Gr. 9 Pf. von 5 Thalern abgezogen, lassen Rest 2 Gr. 3 Pf. und 2 Gr. 3 Pf. + 12 Gr. 6 Pf. = 14 Gr. 9 Pf. Also 5 Thlr. 12 Gr. 6 Pf. — 4 Thlr. 21 Gr. 9 Pf. = 14 Gr. 9 Pf.

Subtraktion mit Brüchen.

Brüche können benannt oder unbenannt seyn; und können einerley oder verschiedene Nenner haben.

Sind die Brüche unbenannt, und haben einerley Nenner, so darf man nur den Zähler des Subtrahenden vom Zähler des Minnuenden abziehen. Die gefundene Differenz wird der Zähler, dessen Nenner der ist, welcher der gemeinschaftliche Nenner beyder Brüche war. Z. B. von $\frac{7}{8}$ sollen abgezogen werden $\frac{3}{8}$. Also $\frac{3}{8}$ von $\frac{7}{8}$ bleiben $\frac{4}{8}$.

Haben die unbenannten Brüche aber verschiedene Nenner, so kann man die Operation auf einem von beyden beliebigen Wegen verrichten. Entweder: man verwandelt die gegebnen Brüche, und bringt sie unter einerlei Nenner; und dann kann man den Abzug nach der vorigen Regel verrichten. Z. B. von $\frac{3}{4}$ sollen $\frac{5}{8}$ abgezogen werden. Man sage also: $\frac{3}{4}$ sind $\frac{6}{8}$ und $\frac{5}{8}$ davon abgezogen, bleibt Rest $\frac{1}{8}$. Oder: man giebt den Brüchen einstweilen die Namen einer willkührlich angenommenen Münzsorte, und behandelt, sie solchergestalt wie benannte Brüche. Sollte man z. B. von $\frac{3}{4}$ abziehen $\frac{5}{8}$, so sage man: $\frac{3}{4}$ Thlr. sind 18 Gr. und $\frac{5}{8}$ Thlr. sind 15 Gr. Aber 15 Gr. von 18 Gr. abgezogen, lassen Rest 3 Gr., d. i. $\frac{1}{8}$ Thlr. Wird jetzt der Name (Thaler) wieder weggeworfen, so bleibt blos $\frac{1}{8}$ als welches die wahre Differenz von $\frac{3}{4}$ — $\frac{5}{8}$ ist. Man kann den Rechenschüler auf beyderley Weg hinweisen, und ihn bald diesen, bald jenen einschlagen lassen. Man verhütet dadurch die Einseitigkeit, bringt in den Vortrag

und die Praxis mehr Abwechslung, erweitert die Einsicht des Rechenschülers, und schaft ihm ein Vergnügen mehr dadurch.

Die Subtraktion mit benannten Brüchen wird auf eben diese lezt erwähnte Weise vollzogen. Stehen bey den Brüchen auch noch Ganze: so verfahre man nach der Regel: Man ziehe von den Ganzen des Minuenden den ganzen Subtrahenden auf einmal ab, und setze sodann zum Reste den beym Minuenden befindlichen Bruch, damit man die richtige Differenz erhalte. Z. B. von $3\frac{1}{4}$ Thlr. sollen $2\frac{1}{8}$ Thlr. abgezogen werden, wie viel bleibt Rest? Also $2\frac{1}{8}$ Thlr. von 3 Thalern abgezogen, lassen Rest 21 Gr. Dazu $\frac{1}{4}$ Thlr. (d. i. 6 Gr.) addirt, thut 1 Thlr. 3 Gr., d. i. $1\frac{1}{8}$ Thlr. Verweißt der Lehrer seine Schüler auf diese Art der Subtraktion hin, so werden sie leicht und schnell im Kopfe Subtrahiren lernen.

Inzwischen müssen nun aber freylich auch zweytens bey den Uebungen in der Subtraktion Mannichfaltigkeit und Abwechslung herrschen. Ich will daher einige solche Abwechslungen und Veränderungen jezt angeben.

Erste Art der Subtraktion, mit unbenannten Zahlen.

Vors erste lasse der Lehrer einfache Zahlen von einfachen abziehen. Dabey gebe er die Zahlen bald selbst, bald lasse er sie die Kinder geben. Auch kann er zuweilen nur den Minuenden, und das Kind den Subtrahen-

den, oder das Kind den Minuenden, und Er den Subtrahenden dazu wählen. Zuweilen muß er zwey Kinder auf einmal subtrahiren lassen, mit der Bedingung, daß das eine den Minuenden angebe, und das andere schnell hinterdrein den Subtrahenden hinzu setze, und den Rest suche. Diese Art zu subtrahiren hat für Kinder viel Anziehendes, wie ich aus vielfältiger Erfahrung weiß, und ist dahero ein herrliches Mittel, bey ihnen Ueberdruß zu verhüten, wenn die Uebungen um die Menge willen, die daran Antheil nehmen, etwas lange dauern müßten.

Haben die Kinder in der Subtraktion einfacher Zahlen von einfachen eine hinlängliche Fertigkeit erlangt, so lasse er zweytens einfache Zahlen von zweytheiligen abziehen. Dabey können wiederum allerhand Veränderungen angebracht werden. Damit das Addiren nicht in Vergessenheit gerathe, so lasse er erst das Kind bis 100 hinauf zählen, und es dann wieder herunterwärts bis auf 0 subtrahiren; z. B. 9 von 100 bleibt 91 und 7 von 91 bleibt 84, und 8 von 84 bleibt 76; oder immer mit einerley Subtrahenden, z. B. 9 von 81 bleibt 72, und 9 von 72 bleibt 63, und 9 von 63 bleibt 54 u. s. w. Ferner nehme er zwey oder noch mehrere Kinder zusammen, und subtrahire von 100 bis 0 herab mit ihnen gemeinschaftlich, doch mit der beygefügten Einnerung, daß sich jedes vor der letztem Subtraktion in Acht nehmen möge. Diejenigen Kinder, welche sich durch Fertigkeit und Geschwindigkeit im Subtrahiren hervor thun, lasse er zur Belohnung bey Aufrufung andrer Kinder zum Subtrahiren von 100 bis 0 wieder aufs neue mit antreten, als welches gewiß sehr gute Folgen haben wird.

Ist auch diese Subtraktionsart bey den Kindern hinlänglich geübt worden, so gehe er drittens zur Sub-

traktion zweytheiliger Zahlen von zweytheiligen über. Auch hier können Veränderungen angebracht werden. So lasse z. B. der Lehrer erst lauter Zehner, dann lauter Zwanziger, dann lauter Dreyßiger u. s. w. abziehen.

Hierauf gehe er viertens zur Subtraktion mit unbenannten Brüchen über, damit die Kinder auch hierinnen hinlänglich geübt werden.

Zweyte Art der Subtraktion, mit benannten Zahlen.

Hier lasse der Lehrer bald Geld von Gelde, bald Waaren von Waaren, bald Maaße von Maaßen abziehen. Sehr viele Veränderungen können dabey auch noch nebenher angebracht werden. So frage z. B. der Lehrer nicht selten folgendermaaßen: „wie viel sind 9 Thlr. weniger 6 Gulden, 120 Groschen weniger 4 Thlr., 36 Zehnkreuzer weniger 72 Groschen, 3 Gulden weniger 288 Pfennige u. s. w.“ Oder, „wie viel sind 12 Centner weniger 5 Steine, 220 Pfund weniger 1 Centner u. s. w.“ Diese Art zu fragen hat überaus viel Nutzen für die Schüler, indem er hier nicht nur im Subtrahiren, sondern auch zugleich im Umsetzen mit geübt wird, und folglich seine Aufmerksamkeit verdoppeln muß, wenn ihm an der Ehre richtig zu rechnen, gelegen ist.

Zuweilen kleide der Lehrer die Subtraktionsexempel in Erzählungen ein, zum Beyspiel:

„Fritz erhielt von seinem Vater 8 Rfl. und von seiner Mutter 7 Thlr. zum Geschenke. Von diesem Gelde kaufte er seiner guten Schwester für 3 Thlr. schöne Geschichtsbücher, seinem Bruder für 3 Gulden Landcharten, und seinem lieben Lehrer machte er zum Geburtstage 5 Thaler

zum Geschenk. Für den Rest seines Geldes kaufte er sich Kupferstiche, wovon jeder einen Thaler kostete. Er hieng sie in sein Stübchen, worinnen schon 4 befindlich waren. In kurzer Zeit erhielt er von seinem Vater noch 4 Stück zur Messe. Wie viel Stück hatte er nun jetzt beysammen?"

Ist diese Subtraktionsart eine Zeit lang geübt worden, so nehme er nun auch benannte Brüche vor, und suche wo möglich, die in der Addition entworfenen Bruchtabellen den Kindern wieder dadurch in Erinnerung zu bringen, daß er bald die Brüche zu Subtrahenden, bald zu Minuenden mache. Da ich von der Subtraktion mit benannten Brüchen schon vorhin geredet und gezeigt habe, wie man sie verrichten soll, so würde es Ueberfluß seyn, wenn ich hier noch einmal davon handeln wollte. Ich schließe die Subtrakton mit der Erinnerung, daß der Lehrer wohl thut, wenn er beym Tafelrechnen immer auf das Kopfrechnen Beziehung nimmt, und den Schülern Exempel eben der Art, und in dieses Gewand eingekleidet, nur aber freylich weit größer, zu bearbeiten giebt. Auch ist es noch besser, wenn er die fertigen Rechenschüler diese Exempel selbst entwerfen läßt.

Kap. 3.

Vom Multipliciren.

Eben so schnell und fertig als addiren und subtrahiren muß der Kopfrechner auch multipliciren lernen. Ich will daher so viel als in meinen Kräften steht, zeigen,

wie man es anfangen müsse, um dem Schüler theils Geschwindigkeit und Fertigkeit im Multipliciren beyzubringen, theils aber auch ihn auf allerhand Resultate und Anwendungen aufmerksam zu machen, die sich aus der Theorie von der Multiplikation ableiten lassen.

Die Multiplikation ist eigentlich weiter nichts, als eine verkürzte kompendiöse Addition. Eine Zahl kann, wie bekannt, auf zweyerley Weise vermehret werden: nehmlich entweder so, daß man zu ihr immer dieselbe wieder hinzu setzt: z. B. 8 + 8 + 8 + 8, oder so, daß man zu derselben mitunter auch andre ihr ungleiche hinzufügt: z. B. 8 + 4 + 3 + 6 u. s. w. Da im ersten Falle immer dieselbige Zahl vorkommt, so kann man sich dadurch eine Erleichterung verschaffen, daß man, statt zu zählen 8 und 8 ist 16, und 8 dazu ist 24 und 8 dazu ist 32, lieber geradezu sagt, 8 viermal genommen ist 32, oder 4 mal 8 ist 32. Beym schriftlichen Rechnen verfährt man dabey so, daß man, statt zu schreiben, 8 + 8 + 8 + 8, schreibt 8 × 4. Das zwischen der Zahl 8 und der Zahl 4 stehende (×) zeigt an, daß man multipliciren soll, und die Zahl 4 giebt die Anweisung, wie viel mal die Zahl 8 genommen werden muß.

Hieraus läßt sich nun bestimmen, was multipliciren heißt. Multipliciren heißt nehmlich eine Zahl so viel mal nehmen, als die dazu gegebene Andere Einheiten hat. Diejenige Zahl, deren Einheiren anzeigen, wie viel mal die andre genommen werden soll, wird gemeiniglich der Anzeiger oder

Multiplicator genannt, und jene heißt der Multiplicandus. Mit einem gemeinschaftlichen Namen nennt man aber beyde auch Faktoren. Diejenige Zahl, welche durch die Multiplication zweyer Faktoren mit einander gefunden wird, heißt Produkt. Will man aus dem Produkte den Multipikandus wieder finden, so darf man nur mit dem Multiplikator ins Produkt hinein dividiren: die durch diese Operation gefundene Zahl ist der Multiplikandus. Dividirt man ins Produkt mit dem Multiplikandus, so wird dadurch der Multiplikator gefunden.

Wenn man dem Schüler alles dieses gezeigt, deutlich aus einander gesetzt, und faßlich bewiesen hat, so muß man ihn nun in den Stand zu setzen suchen, daß er das Produkt zweyer Faktoren schnell und richtig anzugeben wisse. Faktoren können aus einfachen oder mehrtheiligen Zahlen bestehen. Der Regel des Stufengangs gemäß, wird also der Lehrer den Schüler erst anleiten, das Produkt zweyer einfacher Faktoren schnell und richtig im Kopfe finden zu lernen. Dazu kann er ihn nun aber geschickt machen, wenn er ihn das sogenannte kleine Einmal Eins memoriren läßt, und es nachher so lange mit ihm durchgeht, bis der Schüler völlig fest darinnen ist.

Das kleine Einmal Eins.

1 mal 1 ist 1	4 mal 4 ist 16	7 mal 7 ist 49
2 + 2 = 4	4 + 5 = 20	7 + 8 = 56
2 + 3 = 6	4 + 6 = 24	7 + 9 = 63
2 + 4 = 8	4 + 7 = 28	7 + 10 = 70
2 + 5 = 10	4 + 8 = 32	
2 + 6 = 12	4 + 9 = 36	8 + 8 = 64
2 + 7 = 14	4 + 10 = 40	8 + 9 = 72
2 + 8 = 16		8 + 10 = 80
2 + 9 = 18	5 + 5 = 25	
2 + 10 = 20	5 + 6 = 30	9 + 9 = 81
	5 + 7 = 35	9 + 10 = 90
3 + 3 = 9	5 + 8 = 40	
3 + 4 = 12	5 + 9 = 45	10 + 10 = 100
3 + 5 = 15	5 + 10 = 50	10 + 100 = 1000
3 + 6 = 18		
3 + 7 = 21	6 + 6 = 36	
3 + 8 = 24	6 + 7 = 42	
3 + 9 = 27	6 + 8 = 48	
3 + 10 = 30	6 + 9 = 54	
	6 + 10 = 60	

Da sich etwas, worüber man selbst nachgedacht hat, ungleich leichter und besser memoriren läßt, so thut der Lehrer wohl, wenn er seinen Schüler dieses Einmal Eins selbst entwerfen, und aufsetzen läßt. Ich glaube, daß Kindern das Memoriren des Einmal Eins nur dann schwer werden kann, wenn der Lehrer es ihnen schon abgeschrieben oder gedrukt und auf Pappe geklebt, zum Auswendiglernen vorlegt. Es ist bey einem solchen Verfahren des Lehrers auch gar kein Wunder: wenn die

Kinder es bald wieder vergessen, und vor dem zweyten Memoriren einen lebhaften Ekel bezeigen. Wenn man den Kindern zeigt, daß sie eine Zahl (z. B. 9.) erst doppelt nehmen, sodann zu der gefundenen Summe dieselbige Zahl 9 wieder addiren müssen, um das Dreyfache zu finden u. s. w., so werden sie sich auch ganz gewiß das Einmal Eins mit wenig Mühe selbst zu entwerfen im Stande seyn. Was das fleißige Durchgehen des Einmal Eins mit Kindern anlangt, so hat der Lehrer besonders darauf zu sehen, daß er dasselbe nicht immer in einer und derselben Ordnung durchfrage. Die Kinder werden sonst verwöhnt, und bleiben nicht in ihrer Fassung, wenn sie einmal bey Gelegenheit außer der Reihe einige Produkte angeben sollen. Ferner ist es auch gut, wenn die Faktoren mitunter umgekehrt vom Lehrer angegeben werden: z. B. „wie viel ist 8 mal 4; 9 mal 3; 7 mal 5 u. s. w.“ Denn dadurch lernen die Kinder zugleich mit einsehen, daß die Verwechslung der Faktoren im Produkte keinen Unterschied macht. Damit die Kinder so lange Lust behalten, bis sie fest werden, so suche der Lehrer in diese Uebungen so viel Abwechslung und Veränderungen zu bringen, als es nur immer möglich ist. Ich will einige solcher Veränderungen hier ansetzen:

„Wie viel bleibt übrig, wenn man von 36 abzieht 4 mal 9?“

„Addirt zu 3 mal 8 die Zahl 6, und saget, wie viel übrig bleibt, wenn ihr 10 mal 3 davon wegnehmet?“

„Jemand hatte 6 mal 6, und ein Andrer 9 mal 4 geworfen, welcher hatte den andern überstochen?“

„Ich habe im Kopfe eine Zahl mit 7 multiplicirt, und zum Produkt 63 erhalten, das war wohl also die 8?“

„Multiplicirt mit 2 die Zahl 8 und die Zahl 4, und sagt mir, ob das in der Summe so viel macht, als ein Thaler Groschen hat?"

„Denkt euch eine Zahl aus; multiplicirt sie mit 2, was ihr gefunden habt (das Produkt) multiplicrt wieder mit der Zahl 3. Sagt mir nun dieses jetzt erhaltene Produkt. Ich wette, daß ich euch eure ausgedachte Zahl richtig sagen will.

„Denkt euch eine Zahl aus; multipicirt sie mit sich selbst (z. B. 9 mit 9, 8 mit 8 u. s. w.) sagt mir blos das gefundene Produkt. Wollt ihr nun wissen, was ihr euch für eine Zahl ausgedacht habt?"

„August hatte in seinem Schränkchen Aepfel liegen. Er vertheilte sie unter seine Geschwister, und zwar so, daß jedes so viel wie das andere erhielt. Lottchen brachte ihre 3 Aepfel zur Mutter. Die Freygebigkeit Augusts gefiel der Mutter so wohl, daß sie beschloß, in Augusts Schränkchen heimlich noch einmal so viel Aepfel zu legen, als er vertheilt hatte. Des andern Tags fragte August, der nun die Aepfel gefunden hatte, woher, Bruder Wilhelm, habe ich denn diese 30 Stück Aepfel erhalten? Wilhem sprach: die Mutter hat sie dir als einen Beweis des Wohlgefallens über deine Liebe und Freygebigkeit gegen uns, ins Schränkchen gelegt. Wie viel Geschwister hatte der gute August?" *)

„Nicht eher könnt ihr mich bis zur 0 erniedrigen, als bis ihr mir von meinen Einheiten, aus welchen ich beste-

*) Exempel der Art sind zugleich eine gute Verstandesübung, und setzen die Aufmerksamkeit der Kinder in große Thätigkeit. Sie sind nebenbey eine allmählige Vorbereitung zu noch zusammengesetztern und schwerern Exempeln, die weiter unten vorkommen werden. Ein Rechenschüler, welcher das wohl gefaßt hat, was ich oben vorgetragen habe; daß man nehmlich aus dem Produkte durch die Division des einen Faktors, den andern finden kann, wird sogleich sagen können, daß August 5 Geschwister hatte.

he, die Hälfte und eine halbe, ferner 2 mal 3 und endlich 6 mal 4 Einheiten, abgenommen habt. Welche Zahl ist das wohl, Kinder?" *)

„Denkt euch eine zweytheilige ungerade Zahl aus. Nehmt von ihren Einheiten, aus welchen sie besteht, die Hälfte und eine Halbe hinweg. Multiplicirt den Rest mit sich selbst. Sagt mir, was ihr gefunden hat (das Produkt). Wollt ihr nun wissen, welche Zahl es sey, die ihr euch ausgedacht habt?"

Anmerkung. Es sey z. B. die Zahl 13, welche sich ein Kind ausgedacht hat. Die Hälfte und eine halbe Einheit von 13 macht also 7. Der Rest ist daher 6. Dieser Rest mit sich selbst multiplicirt, giebt zum Produkte die Zahl 36. Da 36 aus nichts anders als 6 entstanden seyn kann, (denn nur $6 \times 6 = 36$), so muß die 6 der Rest nothwendig seyn, den das Kind nach Hinwegnehmung der 7 von 13 gefunden hat. $6\frac{1}{2}$ nun doppelt genommen, giebt die Zahl 13, als welche sich das Kind ausgedacht hat.

Haben die Kinder eine hinlängliche Fertigkeit erlangt, das Produkt zweyer einfacher Faktoren zu finden,

*) Dergleichen Aufgaben haben etwas Räthselhaftes, und machen darum Kindern sehr viel Vergnügen. Nur darf sie der Lehrer nicht selbst auflösen, sonst geht ihr Vergnügen dadurch verlohren. Haben die Kinder das, was ich am Schlusse der Addition zuletzt vortrug, wohl gefaßt, und im Gedächtnisse behalten, so wird es ihnen auch nicht die geringste Schwierigkeit verursachen, dergleichen Aufgaben binnen einer halben Minute heraus zu bringen. Sind nicht zu viel Rechenschüler in der Klasse, so kann der Lehrer sich auch jedem Schüler die Zahl, die er gefunden hat, heimlich sagen lassen, und solchergestalt bey dem Herumgehen in den Bänken erfahren, wie viel seiner Kinder die richtige Zahl getroffen haben.

so kann der Lehrer weiter gehen, und ihnen zeigen, wie sie schnell und richtig das Produkt zweyer Faktoren, von denen jedoch der eine zweytheilig ist, im Kopfe finden können.

Hier wäre es nun freylich das Beste, wenn die Kinder das sogenannte große Einmal Eins lernten. Dadurch würde der Lehrer am schnellsten seinen Zweck erreichen. Da inzwischen das Memoriren des großen Einmal Eins den Kindern überaus beschwerlich fallen würde, so müssen andre Wege ausgemittelt werden, wodurch ihnen das Finden der Produkte möglich und leicht gemacht wird. Ich will nun einige solcher Wege hier angeben.

1.

Wenn der Rechenschüler die Tabellen, welche ich im Kapitel vom Addiren angegeben habe, wohl im Kopfe hat, so kann er schon viele Produkte finden, von welchen der eine Faktor eine zweytheilige Zahl ist. Der Lehrer darf ihn also nur auf diesen Umstand aufmerksam machen. So z. B. sind 120 Groschen 5 Thaler. Da jeder Thaler 24 Groschen hat, so muß also $24 \times 5 = 120$ seyn. Der Lehrer könnte daher den Schüler etwa folgende Tabelle aus jenen zusammentragen lassen, welches gewiß nicht nur eine angenehme Uebung, sondern auch von großem Nutzen für den Rechenschüler ist.

No. 17.

Tabelle über einige Produkte aus dem großen Einmal Eins.

2	mal	12	ist 24.	
3	—	12	= 36.	
4	—	12	= 48.	
5	—	12	= 60.	Auszug aus der Tabelle No. 2.
6	—	12	= 72.	
7	—	12	= 84.	
8	—	12	= 96.	
9	—	12	= 108.	
10	—	12	= 120.	
11	—	12	= 132.	Auszug aus der Tabelle No. 3.
12	—	12	= 144.	
24	—	12	= 288.	
2	—	13	= 26.	
3	—	13	= 39.	
4	—	13	= 52.	
4	—	14	= 56.	
4	—	15	= 60.	
4	—	16	= 64.	Auszug aus der Tabelle No. 4.
4	—	17	= 68.	
4	—	18	= 72.	
4	—	19	= 76.	
4	—	20	= 80.	
4	—	21	= 84.	
4	—	22	= 88.	
4	—	23	= 92.	

2 mal 16 ist 32.
3 — 16 , 48.
4 — 16 , 64.
5 — 16 , 80.

2 — 24 , 48.
3 — 24 , 72.
4 — 24 , 96.
5 — 24 , 120. ‖ Auszug aus der Tabelle No. 2.
6 — 24 , 144.
7 — 24 , 168.
8 — 24 , 192.
9 — 24 , 216.

2 — 21 , 42.
3 — 21 , 63.
4 — 21 , 84.
5 — 21 , 105. ‖ Auszug aus der Tabelle No. 7.
6 — 21 , 126.
7 — 21 , 147.
8 — 21 , 168.
9 — 21 , 189.

2.

Wer weiß, wie viel z. B. 4 mal 13 ist, dem wird es auch nicht schwer fallen, zu finden, wie viel 5 mal 13 ist. Er darf nehmlich zum Produkt 52 (denn $4 \times 13 = 52$) nur 13 noch hinzu setzen, so kann er gleich wissen, daß 5 mal 13 fünf und sechzig ist. Auch dieses ist ein Weg, auf welchem der Lehrer seinem Schü-

ler zum leichten Auffinden mehrerer Produkte, deren eine Faktor zweytheilig ist, hinleiten kann.

3.

Wenn man sagen sollte, wie viel z. B. 26 mal 9 sey, so dürfte man nur 26 erst zehnmal nehmen, und sodann von 260 (denn 26 $\times$ 10 = 260) die Zahl 26 einmal abziehen, so würde man ohne viele Mühe das wahre Produkt (234) finden. Auch dieser Weg trägt etwas zum leichten Auffinden mehrerer Produkte, deren eine Faktor zweytheilig ist, bey. Es ist auch sehr leicht, diesem Rechnungsvortheil dem Rechenschüler verständlich zu machen, und ihn von der Richtigkeit desselben zu überzeugen. Wenn man eine Zahl, die man nur 9 mal nehmen soll, 10 mal nimmt, so hat man sie einmal zu viel genommen. Zieht man sie nun einmal vom Produkte, das aus der 10 entstund, wieder ab, so giebt der Rest das wahre Produkt.

4.

Wenn man sagen sollte, wie viel 5 mal 18 sey, so dürfte man nur an die 18 ein Null setzen, und sie sodann mit 2 dividiren: oder auch gleich erst mit 2 in 18 dividiren, und sodann an den gefundnen Quotienten die Null ansetzen. Durch diese Operation wird das richtige Produkt gefunden. Durch Ansetzung der Null an die Zahl 18 wird nämlich die in der Stelle der Zehner stehende 1 in die Stelle der Hunderter, und die in der Stelle der Einer stehende Zahl 8 in die Stelle der Zehner erhoben, und also 18 zehnmal genommen. Weil nun aber die Zahl 5, als der eigentliche Multiplikator, der zweyte Theil aus 10 ist, so muß nothwendig die 180

mit 2 dividirt, das wahre Produkt geben. Ist der Multiplikandus eine ungerade Zahl, z. B. 19, so darf man nur, wenn man die Division erst verrichten will, so verfahren. 2 in 19 giebt $9\frac{1}{2}$. Weil nun ein halber Zehner 5 ist, so muß also die Null gar nicht, sondern an ihre Stelle die 5 gesetzt werden. Also 5 mal 19 ist 95. Da nun auch dieser Kunstgriff eine Erleichterung verschafft, so kann er dem Rechenschüler gar wohl angewiesen werden *).

Läßt sich bey der Multiplikation zweyer Faktoren, von welchen der eine zweytheilig ist, kein Kunstgriff anbringen, so kann man das Produkt auf diese Weise den Schüler suchen lassen. Man weise ihn vors erste an, daß er den einfachen Faktor allemal zum Multiplikator mache, und lasse ihn sodann damit zweytens erst die Zehner des Multiplikandus und sodann die Einer desselben multipliciren. Befinden sich nun in dem Produkte, das aus der Multiplikation der Einer entstand, Zehner, so müssen diese zum Produkt der Zehner addirt werden, und solchergestalt kommt das wahre Produkt zum Vorschein. Z. B., wie viel ist 8 mal 72? Also: 8 mal 7 ist 56 (56 Zehner) und 8 mal 2 ist 16, (1 Zehner und 6 Einer), 8 mal 72 ist also 576; denn 56 + 1 Zehner

*) Anmerk. Man muß durch Fragen die Kinder darauf leiten, daß sie diese und noch mehrere Kunstgriffe der Art selbst finden. Dieses macht ihnen nicht nur überaus viel Vergnügen, sondern sie werden auch immer mehr fürs Rechnen eingenommen, und lernen beständig etwas neues dabey, indem sie nehmlich einerley Gegenstand immer unter einer andern Form und Ansicht beobachten.

sind 57 Zehner, und 6 Einer dazu genommen giebt, 576, welches das richtige Produkt ist.

Anmerkung 1. Beym schriftlichen Rechnen pflegt man, wie bekannt, erst das Produkt der Einer, und sodann das Produkt der Zehner zu suchen, und zu diesem die im Produkt der Einer befindlichen Zehner zu addiren. Sollte ein Rechenschüler sich zu dieser Multiplikationsart auch beym Kopfrechnen gewöhnen, und sie vielleicht bequemer für sich finden, so kann ihm meines Erachtens der Lehrer dieses Verfahren gar wohl auch erlauben. Ich habe Kopfrechner gefunden, die auf diese Art überaus fertig operirten, und die es für schwerer hielten, nach jener Anweisung zu verfahren. Die Hauptsache ist doch bey beyden Fällen eben dieselbe. Haben nur die Rechenschüler richtige Begriffe von dem, was sie verrichten, und wie sie es verrichten sollen, so mögen sie übrigens immer das Produkt nach der ihnen bequemsten Weise suchen.

Anmerkung 2. Bey der Multiplikation mit zwey Faktoren, von welchen einer einfach, der andere dreytheilig ist, kann nach eben dieser vorigen Regel verfahren werden. Z. B., wie viel macht 248 mal 7. Also: 2 mal 7 Hundert ist 14 Hunderrt. 4 mal 7 Zehner sind 28 Zehner, das sind 2 Hunderter und 8 Zehner (also 14 + 2 ist 1600), ferner 7 mal 8 sind 56 Einer, (also 5 Zehner und 6 Einer) 8 + 5 Zehner sind 13 Zehner, d. i. 1 Hunderter und 3 Zehner. Also 1600 + 100 sind 1700. Dazu 3 Zehner und 6 Einer addirt, thut 1736.

Anmerkung 3. Mit der Multiplikation zweyer Faktoren, von welchen der eine dreytheilig ist, ermüde der Lehrer den Schüler nicht zu sehr. Es giebt schönere Uebungen im Kopfrechnen; und auf der Tafel ist dieses Verfahren doch sichrer und leichter. Er behalte es also mehr für die Tafel.

Nach der ertheilten Anweisung zu dieser Multiplikationsart gehe der Lehrer zur Multiplikation mit zweythei-

ligen Faktoren über. Auch hier giebt es verschiedene Kunstgriffe, durch deren Anwendung man mit leichter Mühe viele Produkte zweytheiliger Faktoren finden kann. Ich will einige solcher Kunstgriffe hier ansetzen, und zugleich mit erklären, was es damit für eine Bewandniß habe.

1.

„Soll man eine zweytheilige Zahl mit 10 multipliciren, so darf man, um das Produkt zu finden, weiter nichts thun, als an den Multiplikandus eine Null setzen. Dadurch werden nehmlich die Zehner des Multiplikandus zu Hunderten, und der Einer desselben zu Zehnern erhoben, als welches geschehen muß, wenn das richtige Produkt gefunden werden soll.“

2.

„Soll man eine zweytheilige Zahl mit 11 multipliciren, so darf man nur die beyden Zahlen, (z. B. die Zahl sey 36) zusammen addiren, (also 3 und 6 ist 9.) und die gefundene Zahl 9, (als welche die Summe oder das Collekt heißt) zwischen die Zahl 36 hinein setzen (also 396). Diese Zahl 396 ist das richtige Produkt, welches aus 36 mal 11 entstehen muß. Sollte die Summe der Einheiten, die man durch diese Addition gefunden hat, über 9 seyn, und also Zehner in sich fassen, so setzt man die Zehner zur ersten Zahl hinzu. Z. B. wie viel ist 78 mal 11? Also: 7 und 8 ist 15. Da 15 Einheiten einen Zehner in sich enthalten, so ist 1 zu 7 addirt 8. Also 78 mal 11 ist 858. Der Grund dieses Kunstgriffs ist nicht schwer einzusehn. Die

Zahl 11 besteht aus 10 + 1. Nimmt man also die oben angeführte Zahl 36 erst zehnmal, so wird das Produkt 360. Nimmt man sie einmal, so ist das Produkt 36. Wenn man nun beyde Produkte addirt, so kommen 6 Einer, 9 Zehner und 3 Hunderter heraus. Aber kommt bey diesem Verfahren die 9, (welche das Collectt von beyden Zahl ist) nicht solchergestalt in die Mitte zu stehen? Da sich, wie ich glaube, schriftlich dieses noch besser übersehen lassen wird, so will ich einige Zahlen hier ansetzen. Erst die 36 selbst:

36×11	45×11	23×11	19×11	78×11
36	45	23	19	78
396.	495.	253.	209.	858.

3.

„Soll man eine zweytheilige Zahl mit 25 multipliciren, so kann man kürzer, wie gewöhnlich, als verfahren. „Man dividire die Zahl mit 4, und setze, wenn kein Rest bleibt, an den gefundenen Quotienten 2 Nullen; wenn aber ein Rest bleibt, so setze man an denselben, ist der Rest 1, die 25; ist er 2, die 50; ist er 3, (und höher kann er niemals steigen, weil 4 der Divisor ist) die 75". Z. B., wie viel mal ist 25 mal 16? Also 4 in 16 giebt 4. An die 4 zwey Nullen gesetzt, giebt 400. Wie viel ist 25 mal 39? Also 4 in 39 giebt 9, und 3 bleibt Rest. An die 9 die 75 gesetzt, giebt 975, welches das richtige Produkt ist. Es ist nicht schwer einzusehen, auf welchem Grunde dieses Verfahren beruht.

25 ist der 4te Theil vom Hundert. Nimmt man also den Multiplikandus erst Hundertmal (dieses geschieht dadurch, daß man zwey Nullen an ihn ansetzt) und dividirt sodann ins Produkt mit 4, so findet man den 4ten Theil, und dieser ist das richtige Produkt. Ein Erleichterungsmittel ist es aber, wenn man die an den Multiplikandus zu setzenden Nullen erst zum gefundenen Quotienten setzt, wenn die Division mit 4 schon verrichtet worden ist, und kein Rest geblieben war. Ist ein Rest von 1 geblieben, so fallen die Nullen aus dem Grunde gänzlich weg, weil in die Stelle der Zehner und Einer $\frac{1}{4}$ von 100, d. i. 25 kommen muß. Bey $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ liegt die nehmliche Ursache zum Grunde."

4.

„Soll man eine zweytheilige Zahl mit 15 multipliciren, so dividire man sie erst mit 4, und multiplicire sodann mit 6 den gefundenen Quotienten. Eine Null an dieses erhaltene Produkt gesetzt, giebt die begehrte Zahl. Z. B. 48 sollte mit 15 multiplicirt werden. Also 4 in 48 giebt 12, und 12 mal 6 ist 72. Zu 72 eine 0 gesetzt, giebt 720, welches das richtige Produkt ist. Wäre der Multiplikandus eine Zahl, in welcher der Divisor 4 nicht gerade aufgienge, sondern einen Rest ließe, so multiplicire man blos die durch den Divisor 4 gefundene ganze Zahl des Quotienten, und addire sodann zu demselben, wenn der Rest $\frac{1}{4}$ ist, 15; wenn er $\frac{1}{2}$ ist, 30; und wenn er $\frac{3}{4}$ ist, 45. Z. B. wie viel ist 51 mal 15. Also: 4 in 51 giebt $12\frac{3}{4}$. Mit 6 die Zahl 12 multiplicirt, thut 72. Zur 72 noch 45 addirt, macht

765, als welche Zahl das richtige Produkt ist. Dieses Verfahren beruht auf dem nehmlichen Grunde, auf welchem das vorhergehende beruhte. 15 ist aus 60 der vierte Theil.“

5.

„Soll man eine zweytheilige Zahl mit 99 oder einer anderm, die nahe an 100 gränzt, multipliciren, so nehme man die zweytheilige Zahl erst 100 mal, und ziehe sodann vom Produkte (ist der Multiplikator 99) die zweytheilige Zahl einmal ab. Der Rest giebt das richtige Produkt. Z. B. 12 soll mit 99 multiplicirt werden. Also 12 hundert mal genommen, giebt 1200. Von 1200 aber 12 abgezogen, läßt 1188 Rest, als welcher Rest das richtige Produkt ist *).

Läßt sich bey der Multiplikation mit zwey zweytheiligen Faktoren kein Kunstgriff anbringen, so kann man folgendermasen operiren. Man multiplicire den Multiplikandus erst mit den Zehnern, und sodann mit den Einern des Multiplikators, und addire beyde Produkte zusammen. Ihre Summe giebt das begehrte richtige Produkt. Z. B., wie viel sind 23 mal 43? Also: 4 mal 23 Zehner sind 92 Zehner, das ist 920, und 3 mal 23 Einer sind 69 Einer: 920 + 69 = 989.

Wenn die Rechenschüler in der Multiplikation mit unbenannten Zahlen hinlänglich sind geübt worden, so kann der Lehrer den Uebergang zur Multiplikation mit benannten Zahlen machen. Sind die benannten Zahlen

*) Anmerkung. Auch diese Kunstgriffe muß der Rechenschüler geleitet vom Lehrer selbst erfinden.

machen. Sind die benannten Zahlen nicht sortirte, so ist die Operation leicht zu verrichten. Die Hauptsache ist hier blos diese, daß der Lehrer immer Veränderungen anbringe, und häufige Rücksicht auf die Tabellen nehme, als welche nicht oft genug dem Schüler in Erinnerung gebracht werden können. Ich will einige solcher Veränderungen mit Rücksicht auf die Tabellen hier ansetzen:

Wie viel sind 3 mal 6 Centner, weniger 6 mal 10 Pfund, Pfunde?

Wie viel sind 4 mal 8 Thaler, weniger 8 mal 2 Thaler, Thaler?

Wie viel sind 3 mal 9 und 2 mal 5 Zehnkreuzer?

Wie viel bekommt man halbe Gulden für 8 Thaler?

Wie viel bekommt man Zehnkreuzer für 12 Thaler?

Wie viel bekommt man Zwanzigkreuzer für 8 Thaler?

Jemand hatte 3 mal 4 Gulden, und 10 mal 12 Groschen sich gesammelt, wie viel Thaler waren das?

Einer hatte 7 mal 8 Gülden, und ein andrer 7 mal 7 Thaler, wer von Beyden hatte mehr Thaler?

Zweymal 6 Hühner, und 3 mal 3 Rehe, und 8 mal 5 Bäume, und 2 mal 4 Hühner, wie viel sind das zusammen Hühner?

Welche Post wollt ihr lieber, von denen, die ich euch jetzt nennen will. Wollt ihr lieber 5 mal 24 Groschen, oder 3 mal 5 halbe Gulden, oder 6 mal 12 und 2 mal 24 Groschen, oder 5 mal 9 Zehnkreuzer?

Ein Reisender sprach zu seinem Reisegefährten, wenn du noch 3 mal 4 Dreyer, 6 mal 2 Groschen, und 3 mal 12 Pfennige verzehrst, dann hast du verzehrt so viel wie ich. Wie viel war das?

Ein Mann erbte 25 mal 16 Thaler, und 32 mal 11 Thaler legte er zu diesem Gelde dazu: Er kaufte sich dafür ein Haus, wie hoch kam dieses Haus?

Multiplicirt eine Zahl, die euch einfällt, mit sich selbst, und das Produkt wieder mit sich selbst. Sagt mir das Gefundene, und ich wette, ihr sollt augenblicklich von mir die Zahl erfahren, die euch einfiel.

Bey der Multiplikation mit sortirten Zahlen muß der Lehrer seine Schüler dahin anweisen, daß sie allemal erst die beste und vornehmste Sorte multipliciren, dann zur geringern übergehen, und nachher die gefundenen Produkte mit einander vereinigen. Z. B., wie viel sind 6 Thaler und 18 Groschen 4 mal genommen? Also: 4 mal 6 Thaler sind 24 Thaler, und 4 mal 18 Groschen sind 72 Groschen oder 3 Thaler; 24 und 3 macht 27. Also 27 Thaler. Zuweilen kann man sich, sobald nur die Tabellen dem Gedächtnisse immer vorschweben, diese Multiplikationsart ungemein erleichtern. Z. B. wie viel sind 9 mal 6 Thlr. 21 Gr. 4 Pf. Also: 9 mal 6 Thaler sind 54 Thaler. Da 21 Gr. 4 Pf. gerade 8 Zehnkreuzer sind, so sage man nun weiter: 9 mal 8 Zehnkeuzer sind 72 Zehnkreuzer, d. i. 8 Thaler. Also 54 und 8 Thaler sind 62 Thaler.

Anmerkung. Der Lehrer benutze diesen angegebenen Weg recht oft, und gebe manche Exempel der Art auf. Die Schüler werden dadurch nicht nur in den Tabellen immer fester, sondern auch im Nachdenken ungemein geübt. Ich will dahero zur Erläuterung noch einige solcher Aufgaben hier ansetzen.

Wie viel sind 2 Thlr. 17 Gr. 4 Pf., wenn man sie 9 mal nimmt? Hier kann man so verfahren: 2 Thlr. und 16 Gr. sind 4 Gulden. 4 Gulden 9 mal sind 36 Gulden (d. i. 24 Thlr.) 1 Gr. 4 Pf. sind die Hälfte von 2 Gr. 8 Pf. Da 2 Gr. 8 Pf. neunmal genommen, 1 Thlr. sind, so müssen 1 Gr. 4 Pf. neunmal genommen, 12 Gr. seyn. Also 24 Thaler

12 Gr. = 2 Thlr. 17 Gr. 4 Pf. × 9. Oder man kann auch 2 Thlr. 17 Gr. 4 Pf. so zerlegen. 2 Thlr. 12 Gr. u. 5 Gr. 4 Pf. Hier verfährt man folgendermaßen: 5 halbe Thaler (d. i. 2 Thlr. 12 Gr.) 9 mal genommen, sind 45 halbe Thaler (d. i. 22 Thaler 12 Gr.) und 9 Zwanzigkreuzer (d. i. 5 Gr. 4 Pf.) sind 2 Thlr. Also 22 Thlr. 12 Gr. + 2 Thaler = 24 Thlr. 12 Gr.

Wie viel sind 12 Thlr. 13 Gr. 4 Pf., wenn man sie 6 mal nimmt? Hier kann man kürzlich so verfahren: 6 mal 12 Thlr. sind 72 Thlr., und 5 mal 6 Zehnkreuzer (denn 13 Gr. 4 Pf. sind 5 Zehnkreuzer) sind 3 Thlr. 8 Gr. Also 72 Thlr. + 3 Thlr. 8 Gr. = 75 Thlr. 8 Gr.

Wie viel sind 8 Mfl. 9 Gr. 4 Pf., wenn man sie 9 mal nimmt. Hier kann man so verfahren; 8 mal 9 Gülden sind 72 Mfl. und 9 mal 9 Gr. 4 Pf. sind 4 Gülden. (Da nehmlich 2 Gr. 4 Pf. neunmal genommen 1 Mfl. sind, so muß das Vierfache, (d. i. 9 Gr. 4 Pf.) 4 Gülden seyn.) Also 8 Mfl. 9 Gr. 4 Pf. × 9 = 76 Mfl.

Wie viel sind 2 Mfl. 20 Gr. 9 Pf., wenn man sie 2 mal nimmt? Hier kann man so verfahren: 2 Mfl. 20 Gr. 9 Pf. sind 3 Mfl. weniger 3 Pf., 2 mal 3 Gülden sind 6 Gülden; davon hinweggenommen 3 Pf. zweymal, als welche man, um eine runde Zahl zum Faktor zu bekommen, zu viel genommen hatte, bleibt 5 Mfl. 20 Gr. 6 Pf., welches das richtige Produkt ist.

Ich gehe nun zur Multiplikation mit Brüchen über, welche ungemein leicht ist, wenn nur alles deutlich und faßlich vom Lehrer vorgetragen wird.

Multiplikation mit Brüchen.

Multipliciren heißt, wie ich schon erinnert habe, nichts anders, als den einen Faktor so viel mal nehmen, als der andere Einheiten in sich enthält. Es ist nun

übrigens gleich viel, ob die Faktoren selbst aus ganzen Zahlen, oder aus Brüchen bestehen. In beyden Fällen verfährt man, wie aus der gegebenen Definition erhellet, nach einerley Regel, das heißt nehmlich, man nimmt allemal den Multiplikandus so viel mal, als der Multiplikator Einheiten hat. Da die Faktoren der Brüche verschiedener Art seyn können, so müssen nun alle mögliche Fälle mit dem Rechenschüler durchgegangen werden. Inzwischen ist es, wie mich dünkt, besser, wenn der Lehrer gleich benannte Brüche nimmt; und deßwegen soll auch jeder Fall, den ich jetzt vortragen werde, benannte Brüche zum Gegenstande haben.

Es sind bey der Multiplikation mit Brüchen folgende sieben Fälle möglich:

Erster Fall.

Einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu multipliciren. Z. B., wie viel sind $\frac{3}{4}$ Thlr. 2 mal genommen?

Dieser Fall ist dem Schüler sehr leicht verständlich zu machen. Er soll $\frac{3}{4}$ Thlr., d. i. 18 Gr., zweymal nehmen, welches 36 Gr. oder $1\frac{1}{2}$ Thlr. macht. Will man den Bruch des Multiplikandus nicht gleich in seinem wahren Werth umsetzen lassen, so ist die Regel folgende: „Man multiplicire entweder des Bruches Zähler, und sondre sodann von dem erhaltenen Produkte die darin befindlichen Ganzen ab, als welche durch die Division des Nenners in dasselbe gefunden worden; oder, man dividire mit dem Multiplikator in den Nenner des Multiplikandus, und

lasse den Zähler unverändert. Z. B. $\frac{3}{4}$ Thlr. × 2. Also 2 in 4 steckt zweymahl; $\frac{3}{2}$ Thlr. sind $1\frac{1}{2}$ Thlr. Bey diesem letzten Falle liegt der bekannte Satz zum Grunde: Wenn man blos den Nenner eines Bruchs dividirt, den Zähler aber unverändert läßt; so wird der Werth des Bruchs um so viel mal größer, als der Divisor Einheiten hat.

Zweyter Fall.

Einen Bruch, bey welchem Ganze stehen, mit einer ganzen Zahl zu multipliciren. Z. B., wie viel sind $2\frac{3}{4}$ Thlr. 2 mal genommen?

Bey diesem Falle lasse man erst die Ganzen, und sodann den Bruch multipliciren. Beyde Produkte addirt, geben das wahre Produkt. Also: $2\frac{3}{4}$ Thlr. multiplicirt mit 2, geben $4 + 1\frac{1}{2}$ Thlr., d. i. 5 Thlr. 12 Gr. zum Produkte.

Dritter Fall.

Eine ganze Zahl mit einem Bruche zu multipliciren. Z. B., wie viel sind 2 Thlr. $\frac{3}{4}$ mal genommen?

Hier kann man die Faktoren umkehren lassen, und den Schüler auf die Regel des ersten Falles verweisen, denn es ist gleichviel, welchen Faktor man zum Multiplikandus oder Multiplikator wählen will. Daß hier das Produkt kleiner als 2 Thlr. werden muß, wird der Schüler leicht begreifen, wenn man ihn darauf aufmerksam macht, daß er 2 Thlr. nicht ein ganzes, sondern nur

$\frac{3}{4}$ Mal nehmen soll. 2 Thlr. $\times \frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}$ Thlr. Oder man könnte auch den Schüler anweisen, die 2 Thlr. in 4 gleiche Theile zu zerlegen, und nach verrichteter Operation, 3 solche Theile, als welche das wahre Produkt sind, davon hinwegzunehmen. Z. B. 2 Thlr. sind 4 halbe Thlr.: davon also 3 halbe Thlr. hinweggenommen, (d. i. 1 Thlr. 12 Gr.) und diese als Produkt angegeben, gewähren das richtige Facit.

Vierter Fall.

Eine ganze Zahl mit einem Bruche zu multipliciren, bey welchem Ganze stehen. Z. B., wie viel sind 3 Thlr. $\times 2\frac{1}{2}$?

Man kehre die Faktoren um, und sage 3 mal 2 Thlr. sind 6 Thlr., und 3 halbe Thaler dazu gesetzt, giebt $7\frac{1}{2}$ Thlr. Oder man nehme die 3 Thlr. erst zweymal, woraus das Produkt 6 Thlr. hervorgeht, und setze sodann die Hälfte von 3 Thlr., d. i. $1\frac{1}{2}$ Thlr., dazu, wodurch das richtige Produkt $7\frac{1}{2}$ Thlr. ebenfalls gefunden wird.

Fünfter Fall.

Einen Bruch mit einem Bruche zu multipliciren. Z. B., wie viel sind $\frac{2}{3}$ Thlr. $\times \frac{5}{8}$?

Auf eine sehr leichte Weise kann man dem Schüler diesen Fall verständlich machen. $\frac{2}{3}$ Thlr. sind 16 Gr. Aus 16 Gr. 8 gleiche Theile gemacht, kommt zwey Groschen auf den Theil. Hätten $\frac{2}{3}$ nur $\frac{1}{8}$ mal genommen werden sollen, so wäre das Produkt 2 Gr. oder $\frac{1}{12}$ Thlr. gewesen; da sie aber $\frac{5}{8}$ mal genommen werden sollen, so müssen 2 Gr. auch fünfmal genommen werden, als wodurch man das wahre Produkt, nehmlich 10 Gr. oder

$\frac{5}{12}$ Thlr., erhält. Daß es mit diesem Verfahren seine völlige Richtigkeit habe, erhellet aus der Angabe selbst; denn einen Bruch mit einem Bruche multipliciren, heißt nichts anders, als von dem Multiplikandus ein solches Stück hinweg nehmen, als der Multiplikator hinweg zunehmen anzeigt. Man muß also den Multiplikandus in so viel gleiche Theile theilen, als der Nenner des Multiplikators Einheiten hat, und sodann von diesen Theilen so viel hinweg nehmen, als des Multiplikators Zähler befiehlt.

Wenn der Schüler diese Erklärung gehörig gefaßt hat, so kann man auch nach folgender Regel ihn operiren lassen. „Multiplicire sowohl die Zähler, als auch die Nenner der Brüche, die gegeben worden sind; mache das Produkt der Zähler zu einem neuen Zähler, und das Produkt der Nenner zu einem neuen Nenner, denn hast du das begehrte Facit richtig gefunden". Z. B. $\frac{2}{3}$ Thlr. $\times \frac{5}{8}$. Also, $2 \times 5 = 10$. (Produkt der Zähler) und $3 \times 8 = 24$. (Produkt der Nenner). Nun $\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$ Thlr. d. i. 10 Gr.

Sechster Fall.

Einen Bruch, bey welchem Ganze stehen mit einem Bruche zu multipliciren. Z. B. $3\frac{1}{4}$ Thlr. $\times \frac{3}{4}$?

Bey diesem Falle kann man auf zweyerley Weise verfahren. Entweder richte man den Multiplikandus ein, d. h., man mache $3\frac{1}{4}$ Thlr. zu lauter Vierteln (also $3\frac{1}{4}$ Thlr. sind $\frac{13}{4}$ Thlr.) und multiplicire sodann Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner, (z. B. $\frac{13}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{39}{16} = 2\frac{7}{16}$ Thlr.) oder man ziehe von $3\frac{1}{4}$ Thlr. den

vierten Theil ab; der Rest giebt das richtige Produkt. Das erste Verfahren gründet sich auf eben den Beweis, auf welchen das Verfahren des vorhergehenden fünften Falles sich gründete, und das zweyte Verfahren ist ebenfalls nicht schwer zu erklären. Sollte man nehmlich $3\frac{1}{4}$ Thlr. ein ganzes Mal nehmen, so würde das Produkt gerade wieder $3\frac{1}{4}$ Thlr. geben. Allein da $3\frac{1}{4}$ Thlr. nur $\frac{3}{4}$ mal genommen sollen, so muß nothwendig von $3\frac{1}{4}$ Thlr. der vierte Theil abgezogen werden, wenn man das richtige Produkt erlangen will.

Siebenter Fall.

Ganze und Brüche zusammen mit Ganzen und Brüchen zu multiplieiren. Z. B., $2\frac{3}{4}$ Thlr. $\times$ $2\frac{1}{2}$ Thlr.?

Bey diesem Falle kann man beyde Faktoren einrichten, und Zähler mit Zähler, Nenner mit Nenner multipliciren lassen. Also $2\frac{3}{4}$ Thlr. sind $\frac{11}{4}$ Thlr. und $2\frac{1}{2}$ sind $\frac{5}{2}$. $\frac{11 \times 5}{4 \times 2} = 6\frac{7}{8}$ Thlr.

Einige Vortheile bey der Multiplikation mit Brüchen.

Erster Vortheil.

Wenn man einen Bruch, z. B. $\frac{3}{4}$ mit einer Zahl multipilciren soll, die eben so viel Einheiten als der Nenner des Bruchs hat, so hat man gar nicht nöthig, die Multiplikation zu verrichten, denn in diesem Falle ist allemal der Zähler des Bruchs das richtige Produkt.

Sollte man z. B. $\frac{3}{4}$ mit 4 multipliciren, so darf man nur gleich sagen, das Produkt ist 3 Ganze. Beweis: $\frac{3}{4}$ viermal genommen sind $\frac{12}{4}$ und $\frac{12}{4}$ sind 3 Ganze. So nun auch umgekehrt. Soll man mit einem Bruche eine ganze Zahl multipliciren, welche eben so viel Einheiten als des Bruchs Nenner hat, so giebt der Zähler des Bruchs ebenfalls das richtige Prodkut. Z. B. $6 \times \frac{5}{6} = 5$ Ganze. Dieses erhellet schon daraus, weil man bey der Multiplikation die Faktoren umkehren, und also den Multiplikandus 6 zum Multiplikator, und den Multiplikator $\frac{5}{6}$ zum Multiplikandus machen kann.

Zweyter Vortheil.

Wenn man einen Bruch mit einer Zahl multipliciren soll, die in dem Nenner des Bruchs ohne Rest enthalten ist, so braucht man weiter nichts zu thun, als blos mit dieser Zahl in den Nenner dividiren. Der gefundene Quotient wird an die Stelle des dividirten Nenners gesetzt, und der Zähler selbst bleibt unverändert. Z. B., „wie viel sind $\frac{2}{9}$ Thlr. 3 mal genommen?“ Man sage also: 3 in 9 giebt 3. Das Produkt ist also $\frac{2}{3}$ Thlr. oder 16 Gr. Durch dieses Verfahren erspart man sich die Mühe, aus einem großen Nenner und Zähler den möglichst kleinsten Nenner und Zähler zu suchen.

Dritter Vortheil.

Wenn man 100 mit $\frac{3}{4}$ multipliciren soll, so darf man nur, weil $\frac{3}{4}$ aus Hundert just 75 ist, die Zahl 75 zum Produkt angeben. Steht aber beym Bruche $\frac{3}{4}$ noch eine ganze Zahl, z. B. 8, so sage man also: 100 multiplicirt mit $8\frac{3}{4}$ giebt 875. Nemlich 100 mit 8 mul-

tiplicirt, giebt 800, und 75 dazu addirt, thut 875. Eben auf diese Weise kann man auch verfahren, wenn der Multiplikandus 1000, und der Bruch des Multiplikators in der Zahl 1000 ohne Rest enthalten ist. Z. B. $1000 \times 15\frac{1}{8} = 15125$. Ferner: $1000 \times 9\frac{1}{4} = 9250$. Ferner $1000 \times 3\frac{1}{5} = 3200$.

Vierter Vortheil.

Weil $33\frac{1}{3}$ gerade der 3te Theil aus 100 ist, so darf man nur, wenn man eine ganze Zahl mit $33\frac{1}{3}$ multipliciren soll, an sie zwey Nullen ansetzen, (d. h., sie 100 mal erst nehmen) und sie dann mit 3 dividiren. Der Quotient giebt das richtige Produkt. Man kann auch die Nullen erst nach der Division an den Quotienten setzen, weil 0 weder etwas giebt, noch etwas Rest läßt. Bliebe bey der Division $\frac{1}{3}$ oder $\frac{2}{3}$ übrig, so fallen die Nullen ganz weg, und an ihre Stelle kommt bey $\frac{1}{3}$ die Zahl $33\frac{1}{3}$; bey $\frac{2}{3}$ die Zahl $66\frac{2}{3}$ zu stehen. Z. B., „wie viel ist $483 \times 33\frac{1}{3}$? Also: 483 durch 3 dividirt, giebt 161 daran zwey Nullen gesetzt, thut 16100, welches das wahre Facit ist. Ferner: wie viel ist $47 \times 33\frac{1}{3}$? Man sage: 3 in 47 dividirt, giebt 15 mal, und $\frac{2}{3}$. Also an 15 die Zahl $66\frac{2}{3}$ gesetzt, thut $1566\frac{2}{3}$, welches das wahre Produkt ist.

Fünfter Vortheil.

Weil $16\frac{2}{3}$ gerade der 6te Theil aus 100 ist, so darf man nur, wenn eine Zahl mit $16\frac{2}{3}$ multiplicirt werden soll, wie beym vorigen Falle geschahe, an die zu multiplicirende Zahl zwey Nullen ansetzen, und sie dann mit 6 dividiren. Der Quotient giebt ebenfalls das richtige

Produkt. Man kann auch die Nullen erst nach verrichteter Division an den Quotienten setzen, wenn in dem Multiplikandus die Zahl 6 ohne Rest aufgegangen ist. Bliebe aber bey der Division ein Rest, so fallen die beyden Nullen gänzlich weg, und an ihre Stelle wird, wenn der Rest $\frac{1}{6}$ ist, $16\frac{2}{3}$; wenn er $\frac{2}{6}$ ist, $33\frac{1}{3}$; wenn er $\frac{3}{6}$ ist, 50; wenn er $\frac{4}{6}$ ist, $66\frac{2}{3}$; wenn er $\frac{5}{6}$ ist, $83\frac{1}{3}$ gesetzt. Z. B., wie viel ist $45 \times 16\frac{2}{3}$? Also: 6 in 45 steckt 7 mal, und $\frac{3}{6}$. Folglich ist das Produkt 750.

Sechster Vortheil.

Wenn man mit $12\frac{1}{2}$ eine Zahl multipliciren soll, so darf man an dieselbe nur zwey Nullen setzen, und sie nachher mit 8 dividiren. Weil nehmlich $12\frac{1}{2}$ gerade der 8te Theil aus 100 ist, so giebt der gefundene Quotient das wahre Produkt. Will man die beyden Nullen nicht an den Multiplikandus setzen, so setze man sie erst nach vollzogener Division an den gefundenen Quotienten, wenn nehmlich die 8 im Multiplikandus aufgegangen ist. Bliebe hingegen ein Rest, so müßte freylich wohl statt der beyden Nullen, im Falle, daß der Rest $\frac{1}{8}$ wäre, an die gefundene ganze Zahl des Quotienten $12\frac{1}{2}$ gesetzt werden. Bey einem Reste von $\frac{2}{8}$, kommt die 25; bey einem Reste von $\frac{3}{8}$ die $37\frac{1}{2}$; bey einem Reste von $\frac{4}{8}$, die 50; bey einem Reste von $\frac{5}{8}$, die $62\frac{1}{2}$; bey einem Reste von $\frac{6}{8}$; die 75; bey einem Reste von $\frac{7}{8}$, die $87\frac{1}{2}$ an die Stelle der beyden Nullen zu stehen.

Siebenter Vortheil.

Weil $11\frac{1}{9}$ der 9te Theil aus 100 ist, so darf man nur, wenn man eine Zahl mit $11\frac{1}{9}$ multipliciren soll, an die Zahl zwey Nullen setzen, und sodann mit 9 die Division verrichten. Der gefundene Quotient ist das richtige Produkt. Inzwischen kann man mit 9 auch die Division erst vollziehen, und nachher an den Quotienten, wenn die 9 in der Zahl ohne Rest aufgegangen ist, die beyden Nullen ansetzen. Bliebe aber ein Rest, so kommt an die Stelle der beyden Nullen, falls der Rest nur $\frac{1}{9}$ ist, $11\frac{1}{9}$ zu stehen. Z. B., wie viel ist $37 + 11\frac{1}{9}$? Also sage man, 9 in 37 ist 4 und $\frac{1}{9}$ mal enthalten. Folglich ist das Produkt $411\frac{1}{9}$. Bey einem Reste von $\frac{2}{9}$ kommt an die Stelle der beyden Nullen $22\frac{2}{9}$; bey einem Reste von $\frac{3}{9}$, die Zahl $33\frac{1}{3}$; bey einem Reste von $\frac{4}{9}$, die Zahl $44\frac{4}{9}$; bey einem Reste von $\frac{5}{9}$, die Zahl $55\frac{5}{9}$; bey einem Reste von $\frac{6}{9}$, die Zahl $66\frac{6}{9}$; bey einem Reste von $\frac{7}{9}$, die Zahl $77\frac{7}{9}$; bey einem Reste endlich von $\frac{8}{9}$, die Zahl $88\frac{8}{9}$ zu stehen. Z. B., wie viel ist $57 \times 11\frac{1}{9}$? Also sage man: 9 steckt in 57, $6\frac{1}{3}$ mal. Folglich ist das Produkt $633\frac{1}{3}$.

Achter Vortheil.

Da $9\frac{1}{11}$ gerade der 11te Theil aus 100 ist, so darf man nur, wenn eine Zahl mit $9\frac{1}{11}$ multiplicirt werden soll, an die Zahl erst zwey Nullen setzen, und sie sodann mit 11 dividiren. Das richtige Produkt giebt der gefundene Quotient. Mit der Aufsparung der Nullen bis zum gefundenen Quotienten hat es die nehmliche Bewandniß, wie im vorhergegangenen Falle. Bey einem Reste von $\frac{1}{11}$, kommt an die Stelle der letzten

Null $9\frac{1}{11}$; bey einem Reste von $\frac{2}{11}$, kommt an die Stelle beyder Nullen die Zahl $8\frac{2}{11}$; bey einem Reste von $\frac{3}{11}$, die Zahl $27\frac{3}{11}$, bey einem Reste von $\frac{4}{11}$, die Zahl $36\frac{4}{11}$; bey einem Reste von $\frac{5}{11}$, die Zahl $45\frac{5}{11}$; bey einem Reste von $\frac{6}{11}$, die Zahl $54\frac{6}{11}$; bey einem Reste von $\frac{7}{11}$, die Zahl $63\frac{7}{11}$; bey einem Reste von $\frac{8}{11}$, die Zahl $72\frac{8}{11}$; bey einem Reste von $\frac{9}{11}$, die Zahl $81\frac{9}{11}$; bey einem Reste $\frac{10}{11}$, endlich die Zahl $90\frac{10}{11}$ zu stehen. Z. B., wie viel ist $39 \times 9\frac{1}{11}$? Also sage man 39 durch 11 dividirt, giebt $3\frac{6}{11}$. Folglich ist das Produkt $354\frac{6}{11}$.

Wenn der Rechenschüler sich diese Vortheile recht bekannt und geläufig macht, so wird er Aufgaben der Art, wie ich einige hier ansetzen will, mit wenig Mühe im Kopfe ausrechnen können.

Aufgaben.

„Wie viel Thaler betragen 38 Centner à 33 Thlr. 8 Groschen?" Da 33 Thlr. 8 Gr. so viel als $33\frac{1}{3}$ Thlr. sind, so darf man nur also verfahren; 38 durch 3 dividirt, giebt $12\frac{2}{3}$. Also thun 38 Centner à 33 Thlr. 8 Gr. $1266\frac{2}{3}$ Thlr. (s. den 4ten Vortheil.)

„Wie viel Thaler betragen 81 Centner à 11 Thlr. 2 Gr. 8 Pf.?" Da 11 Thlr. 2 Gr. 8 Pf. so viel als $11\frac{1}{9}$ Thlr. sind, so darf man also nur sagen: 81 durch 9 dividirt, giebt 9. Dazu 2 Nullen gesetzt, giebt 900. Also thun 81 Ctr. à 11 Thlr. 2 Gr. 8 Pf. 900 Thlr. (s. den 7ten Vortheil.)

„Wie viel Thlr. betragen $9\frac{1}{11}$ Ctr. oder (9 Ctr. 10 Pf.) wenn 1 Ctr. 23 Thlr. kostet?" Facit $209\frac{1}{11}$ Thlr. (s. den 8ten Vortheil.)

„Wie viel Thaler kosten 35 Ctr. à 16 Thlr. 16 Gr.?" Facit $583\frac{1}{3}$ Thlr. (s. den 5ten Vortheil.)

Wenn der Lehrer die Multiplikation mit Brüchen durchgegangen, und seine Schüler hinlänglich darinnen geübt hat, so kann er nun auch einige Anwendungen von der Theorie der Multiplikation machen lassen, als welches für den Schüler einen großen Nutzen haben, und ihn leicht auf verschiedene Rechnungsarten hinleiten wird.

Erste Anwendung.

Wenn von einem Ganzen, das in gleiche Theile ist zerlegt worden, der Werths des einen Theils bekannt ist, so kann man durch Hülfe der Multiplikation den Werth aller Theile zusammen genommen, oder welches einerley ist, den Werth des Ganzen selbst finden. Man darf nehmlich nur den Werth des bekannten Theils so viel mal nehmen, als das Ganze Theile hat, welches Letzte man aus dem Nenner erfahren kann. Es sey z. B. eine Anzahl Thaler (das Ganze) in vier gleiche Theile zerlegt worden, und der Werth des einen Theils, (d. i. $\frac{1}{4}$.) sey 50 Thaler. Da nun alle Theile gleich sind, so muß nothwendig die Anzahl der gesammten Thaler aus viermal 50, d. i. 200 Thalern bestehen. Wenn man Kindern diesen Satz recht verständlich gemacht hat *), so kann

*) Anmerkung. Kindern wird dieser Satz gewiß sehr verständlich werden, wenn man sie durch Fragen darauf leitet, und ihn dadurch die Kinder selbst erfinden läßt. Z. B., L. Wenn du einen Apfel von einander schneidest, wie viel Theile bekommst du dadurch? K. Zwey Theile. L. Und wenn du gerade die Mitte des Apfels triffst, wie müssen da beyde Theile werden? K. Einander gleich. L. Schnittest du nun wieder jede Hälfte des Apfels recht mitten durch, wie viel Theile würdest du dann erhal-

man sie allerhand Aufgaben ausrechnen lassen, worinnen eine Anwendung desselben enthalten ist. Es wird ihnen dieses nicht nur den Vortheil bringen, daß sie in der Multiplikation, und besonders in der Multiplikation mit Brüchen, geübt werden, sondern daß sie auch einen neuen Stoff und Gegenstand zur Schärfung ihrer Denkkraft erhalten. Inzwischen müssen auch dabey mancherley Abwechslungen und Veränderungen vorkommen. Ich will daher einige hier ansetzen.

ten? K. Vier. L. Aber welcher Theil würde der größte darunter seyn? K. Keiner. L. Sondern wie würden alle Theile seyn? K. Gleich. L. Wenn du nun einen dieser gleichen Theile in eine Wage legtest, und er wäge zwey Quentchen, was würdest du daraus schließen können? K. Daß jeder andere Theil des Apfels auch zwey Quentchen wiegt. L. Und woraus könntest du dieses mit Gewißheit schließen? K. Weil alle Theile einander gleich sind. L. Da du nun weißt, wie viel Quentchen der eine Theil, oder das Viertel des Apfels wiegt, und auch weißt, daß jedes der übrigen Viertel ebenfalls zwey Quentchen wiegen würde, wenn du sie in die Wage legtest, so sage mir einmal, wie du es anfangen wolltest, um das Gewicht des ganzen Apfels zu finden? K. Ich würde sagen: da das Viertel des Apfels zwey Quentchen wiegt, so müssen vier Viertel viermal zwey Quentchen wiegen, und der ganze Apfel muß also 8 Quentchen schwer seyn. L. Du hast richtig verfahren; entwirf mir nun noch eine Regel darüber. Wie muß man es nehmlich machen, um aus einem gleichen Theile des Ganzen, dessen Werth bekannt ist, den Werth des Ganzen selbst zu finden? K. Man muß den Werth der bekannten Theile eben so viel mal nehmen, als das Ganze Theile hat. L. Und woraus kann man erfahren, aus wie viel gleichen Theilen das Ganze besteht? K. Aus dem Nenner."

„Jemand findet einen Beutel mit Gelde. Da sich der Verlierer desselben nicht meldet, so giebt er $\frac{1}{4}$ des darinnen befindlichen Geldes einer dürftigen Familie. $\frac{1}{4}$ schenkt er einem Schullehrer. $\frac{1}{4}$ legt er in eine Armenbüchse, und 8 Thlr. vertheilt er unter kranke Schulkinder. Wie viel Thaler waren im gefundenen Beutel zusammen gewesen? Antw. 32 Thlr.

„Jemand thut eine Erbschaft, die aus lauter Thalern besteht. $\frac{1}{3}$ dieser Thaler legt er zum Einkauf gewisser Waaren an. $\frac{1}{3}$ verwendet er auf seine Fabrik, und 200 Thaler giebt er auf Interessen. Wie viel Thaler hatte er zusammen geerbt? Antw. 600 Thlr.

„Jemand wurde gefragt, wie alt er sey? Er antwortete: den vierten Theil meines Lebens habe ich mich in M. aufgehalten. Die Hälfte ($\frac{2}{4}$) meines Lebens in A., und 12 Jahre bin ich nun hier, wo ich auch bleiben werde. Wie alt war er? Antw. 48 Jahr.

„Wilhelm hatte Mandeln von seinem Vetter geschenkt bekommen. $\frac{1}{8}$ dieser Mandeln schenkte er seiner Schwester Louise; die Hälfte ($\frac{4}{8}$) behielt er für sich, und die übrigen hob er auf. Als er nach einiger Zeit ins Schränckchen sahe, so rief er: wer hat mir denn meine 24 Mandeln (d. i. $\frac{3}{8}$) genommen, die ich aufgehoben hatte? Wie viel Mandeln hatte Wilhelm überhaupt von seinem Vetter zum Geschenk erhalten? Antw. 64 Mandeln.

Anmerkung. Dergleichen Aufgaben sind besonders sehr geschickt, den Rechenschüler zum Nachdenken zu leiten. Da sich Wilhelm nicht $\frac{1}{8}$, sondern $\frac{3}{8}$ von den Mandeln aufgehoben hatte, so muß sich der Rechenschüler wohl vorsehen, daß er nicht 8 mal 24, d. i. 192 als die wahre Zahl angebe. Da $\frac{3}{8}$ nur 24 Mandeln sind, so kann $\frac{1}{8}$ nicht mehr als 8 Mandeln seyn. Das wahre Facit ist demnach 64 Mandeln. Können die Rechenschüler Aufgaben der Art fertig und schnell im Kopfe berechnen, so muß der Lehrer schwerere Aufgaben bilden. Z. B.

„Jemand dachte sich eine Zahl aus. Dazu sagte er noch eine andere, welche aus 8 Einheiten bestand. Von der

Summe dieser beyden Zahlen nahm er $\frac{1}{4}$ und die Hälfte hinweg, und sagte sodann: jetzt habe ich noch 3 mal 4 Einheiten übrig. Was war das für eine Zahl, die er sich ausgedacht hatte? Antw. 40.

„Johann hatte sich seinen verdienten Lohn sehr sorgfältig gesammelt. Als er Meister werden wollte, so fand er, daß $\frac{1}{4}$ desselben fürs Meisterwerden, $\frac{1}{8}$ desselben für die Abgaben an die Obrigkeit, und die Hälfte desselben für den Ankauf der Handwerktgeräthe aufgehen würde, und daß er endlich noch 36 Ellen Zeug à 12 Gr. nöthig hätte. Als er nun die ersten drey Posten berichtigt hatte, so mußte er sich zur Anschaffung der letzten noch 6 Thaler borgen. Wie viel hatte sich Johann verdienten Lohn gesammelt? Antw. 96 Thaler.

„August sagte zu Ferdinanden, denke dir einmal eine ungerade Zahl aus. Da Ferdinand dieses gethan hatte, so sprach August, multiplicire deine angenommene Zahl mit 2, und nimm sodann vom Produkte hinweg die Zahl 20. Als dieses geschehen war, so sprach August weiter: den Rest multiplicire jetzt mit sich selbst. Als dieses Ferdinand gethan hatte, so fragte ihn August: was hast du für ein Produkt gefunden? Ferdinand antwortete: 100. Nun sagte ihm August sehr schnell seine ausgedachte ungerade Zahl. Welche war es? Antw. 15.

Haben die Kinder diese Rechnungsart hinlänglich geübt, so kann sie der Lehrer auf eine andre Anwendung, die sich von der Theorie der Multiplikation machen läßt, hinleiten.

Zweyte Anwendung.

Der Gegenstand der Multiplikation sind, wie bekannt, allemal 3 Zahlen, nehmlich der Multiplikandus, der Multiplikator und das Produkt. Durch die Multiplikation der beyden Faktoren wird das Produkt, durch

die Division des Multiplikators in das Produkt, der Multiplikandus, und durch die Division des Multiplikandus in eben dasselbe der Multiplikator gefunden. Hat der Lehrer seinen Rechenschülern dieses wieder aufs neue in Einnerung gebracht, so kann er ihnen bald das Produkt und den Multiplikator geben, und sie daraus den Multiplikandus finden lassen: z. B., „was ist das für eine Zahl, die ich mit 3 multiplicirt und dadurch die Zahl 18 zum Produkt erhalten habe?" Antw. die Zahl 6, denn 3 steckt in 18, 6 mal. Bald kann er ihnen das Produkt und den Multiplikandus geben, und sie daraus den Multiplikator finden lassen: z. B. „womit ist die Zahl 6 multiplicirt worden, von welcher die Zahl 18 das Produkt ist?" Antw. mit der Zahl 3, denn 18 dividirt durch 6, giebt die Zahl 3. Durch dergleichen Uebungen werden die Rechenschüler nicht nur auf die Entwerfung und das Memoriren des Eins in Eins vorbereitet, sondern es wird ihnen auch dadurch zweytens die Berechnung der Interessen, und das Auffinden der Kapitale aus den Interessen ungemein leicht werden. Und eben dieses letzte will ich nun als die zweyte Anwendung von der Multiplikationstheorie jetzt weiter aus einander setzen.

Wenn man ein Kapital ausleiht, und man läßt sich für jedes Hundert der Thaler, aus welchen das Kapital besteht, 3 oder 4 oder 5 Thaler Zinsen geben, so wird dieses Geld gewöhnlich das pro Cent Geld genannt. So viel nun ein Kapital Hunderte enthält, eben so viel mal erhält der Verleiher desselben von dem, der es bey ihm aufnimmt, das fürs Hundert ausgesetzte pro Cent Geld. Z. B. 3 Hundert Thaler, mit 5 pro Cent verliehen, tragen 3 mal 5, d. i. 15 Thlr., Interessen ein. Hier-

aus ergiebt sich, daß bey der Zinsberechnung die Multiplikation angewendet werden muß. Wenn man nun dem Rechenschüler zeigt, daß das Kapital der Multiplikandus, das pro Cent Geld der Multiplikator, und die Interessen das Produkt sind, so wird er Kapital Interessen, und pro Cente wechselseitig mit wenig Mühe finden können. Giebt man ihm das Kapital und die pro Cente an, so wird er (das Produkt) nehmlich die Interessen suchen. Z. B., 4 Hundert Thaler mit 5 pro Cent, thun 4 mal 5, d. i. 20 Thlr. Interessen. Giebt man ihm die pro Cente und die Interessen, so wird er das Kapital (den Multiplikandus) suchen. z. B., „wie viel Hundert hat jemand ausgeliehen à 5 pro Cent, wenn seine empfangenen Interessen 20 Thlr. betragen?“ Also 20 dividirt durch 5, giebt 4 Hundert. Giebt man ihm endlich die Interessen (das Produkt und das Kapital (den Multiplitandus) an, so wird er die pro Cente (den Multiplikator) suchen. Z. B. Jemand hat ein Jahr lang 4 Hundert Thaler ausgeliehen, und dafür 20 Thaler Interessen bekommen, wie viel pro Cente hat er sich geben lassen? Antw. 4 in 20 steht 5 mal. Also 5 pro Cent.

Will man nun den Schüler in dieser Rechnung üben, so kann man erstens den Anfang mit dem Kapital und pro Centen machen, und ihn zu denselben die Interessen suchen lassen; z. B., „wie viel Thaler Interessen trägt ein Kapital von 600 Thalern ein, wenn es mit 4 p. C. verliehen wird? Das Nachdenken über die Berechnung dieser Aufgabe würde folgendes seyn. Wenn Ein Hundert dieses Kapitals 4 Thaler giebt, so müssen sechs Hundert sechs mal vier (d. i. 24 Thlr.) Interessen geben. Hat der Schüler mehrere Aufgaben der Art aus-

gerechnet, so kann der Lehrer zur Abwechslung andere bisher mit ihm hinlänglich geübte Rechnungsarten daran anketten, als welches zugleich eine sehr nützliche Wiederholung derselben ist. Ich will einige solcher Aufgaben hier ansetzen.

„Hannchen erbte von einer reichen Muhme 800 Thaler. Ihr Vormund setzte dieses Geld auf Interessen mit 5 p. C. Als Hannchen nach Ablauf des ersten Jahres ihre Interessen erhalten hatte, so gab sie ihrem Vormunde davon 10 Thlr. Für 72 Groschen kaufte sie sich Kattun; für 120 Groschen ihrem Bruder Bücher. ¼ Thlr. schenkte sie einer armen Wittwe, und 6 Groschen einem Knaben, der seinem Lehrer das Schulgeld nicht bezahlen konnte. Endlich bezahlte sie auch 11 Thaler Hauszinß. Wie viel Thaler behielt sie nun von ihren Interessen noch übrig? 10 Thlr.

„Ferdinand hatte sich eben so viel Geld gesammelt, als Heinrich von seinen ausgeliehenen 600 Thalern à 5 p. C. alljährlich Zinsen erhielt. Er gab dieses Geld seiner Mutter, die ihm dafür 6 Ellen Tuch à 1 Thlr.; 4 Ellen Tüffel à 12 Gr. und 18 Ellen Leinewand à 5 Gr. 4 Pf. kaufte. Ferner bezahlte sie für ihn 3 Thlr. Schulgeld, 9 Thlr, für Bücher, und 2 Thlr. für Landcharten. Wenn nun das Geld, das sich Ferdinand gesammelt hatte, gerade hätte aufgehen sollen, für wie viel Thaler hätte die Mutter noch Leinwand einkaufen können? Für 4 Thlr.

Wenn man ein Kapital auf Zinsen giebt, und es länger als ein Jahr, z. B. 2, 3 oder 4 Jahr ausleihet, so wird der Rechenschüler leicht begreifen, daß in diesem Falle die Summe der jährlichen Zinsen auch zweymal, oder dreymal oder viermal, je nachdem die Anzahl der Jahre es bestimmt, genommen werden muß. Z. B., wenn 700 Thlr. mit 5 p. C. auf zwey Jahre verliehen werden, so sind 35 Thlr. die jährlichen Interessen. 35 Thlr. zweymal genommen, sind die Interessen von zwey

Jahren. Auf diese Weise kann man nun auch Aufgaben der Art bilden.

„Wie viel Interessen giebt ein Kapital von 300 Thalern à 5 p. C. in zwey Jahren?

„Wie viel Interessen giebt ein Kapital von 400 Thalern à 5 p. C. in fünf Jahren?

„Giebt ein Kapital von 900 Thalern à 5 p. C. in einem Jahre eben so viel Interessen, als ein andres Kapital von 100 Thalern mit 5 p. C. in neun Jahren giebt?

Hat der Rechenschüler die Fertigkeit erlangt, aus dem Kapital und den pro Centen die Interessen zu finden, so lasse ihn nun der Lehrer aus den pro Centen und Interessen das Kapital suchen. Hier soll nehmlich der Schüler die pro Cent Zahl als den Multiplikator, die Interessen Zahl als das Produkt betrachten, und nun durch die Division des Multiplikators ins Produkt, den Multiplikandus finden. Daß die durch dieses Verfahren gefundene Zahl des Quotienten die Hunderte des Kapitals anzeigt, wird der Schüler sehr leicht begreifen. Ich will einige solcher Aufgaben hier ansetzen, und zur erstern die Erklärung beyfügen.

„Wie viel Hundert Thaler hat Einer à 5 p. C. ausgeliehen, der jährlich 30 Thlr. Interessen bekommt? Antw. 600 Thlr.

Erklärung:

Mit der Zahl 5 (dem Multiplikator) ist in die Zahl 30 (das Produkt) dividirt, und dadurch zum Quotienten die Zahl 6 (der Multiplikandus) erhalten worden. Diese Zahl 6 zeigt nun die Hunderte des ausgeliehenen Kapitals an. Will man sich überzeugen, daß 600 Thaler wirklich das Kapital seyn müssen, so sage man: 600

Thaler à 5 p. C. geben 30 Thlr. Interessen. Da also die Angabe der Interessen nicht mehr als 30 Thaler war, so kann auch schlechterdings das Kapital kein andres als 600 Thaler seyn; denn jedes andere Kapital, z. B. 300, 400 u. s. w. mit 5 p. C. verliehen, giebt und kann nicht die nehmlichen Interessen geben, die das Kapital 600 Thlr. giebt.

„Wie viel Hundert Thaler hat jemand mit 4 p. C. ausgeliehen, der jährlich 24 Thlr. Interessen bekommt? Antw. 600 Thlr.

„Wie viel Hundert Thaler hat jemand mit 4 p. C. ausgeliehen, der jährlich 48 Thlr. Interessen erhält? Antw. 1200 Thlr.

Ist die Anzahl der Jahre in einer Aufgabe der Art mit angegeben, so kommt man dem Verfahren am schnellsten dadurch zu Stande, daß man die Zahl der Jahre mit der Zahl der pro Cente multiplicirt, und mit dem Produkte, das daraus entstanden ist, in die gegebene Zahl der Interessen dividirt. Z. B., „wie viel Hundert Thaler hat jemand mit 4 pro Cent 3 Jahre lang ausgeliehen, wenn er an sämmtlichen Interessen 24 Thlr. erhalten hat?“ Also 4 mal 3 ist 12. Mit 12 ist 24 dividirt, giebt zum Quotienten 2. Diese 2 sind die ausgeliehenen Hunderte. Er hat also 200 Thlr. ausgeliehen.

Man kann dieses Verfahren auf eine doppelte Weise dem Rechenschüler verständlich machen. Der Lehrer zeige ihm erstens, daß es ganz einerley ist, ob man ins Produkt mit 4, und sodann in den dadurch gefundenen Quotienten noch mit 3 dividirt, oder ob man gleich die 4 und 3 mit einander multiplicirt, und mit dem gefundenen Produkte die Division auf einmal verrichtet: z. B.,

4 in 24 dividirt, giebt 6, und 3 wieder in 6 dividirt giebt 2; oder 4 mal 3 ist 12. Mit 12 in 24 dividirt, giebt auch 2. Auf beyden Wegen wird also die Zahl 2 gefunden, nur mit dem Unterschiede, daß der letzte kürzer und bequemer ist. Zweytens kann aber auch der Lehrer den Schüler durch Fragen auf folgende Vorstellungsarten leiten. Wenn man 200 Thlr. mit 4 pro Cent 3 Jahre lang ausleihet, so betragen die sämmtlichen Interessen davon 24 Thlr., und wenn man 200 mit 12 pro Cent auf Ein Jahr verleihet, so betragen die Interessen auch 24 Thlr.. Es ist also der Sache nach ganz einerley, ob man beyde Faktoren einzeln nimmt, oder als eine ganze Zahl betrachtet, denn in beyden Fällen kommt eben derselbe Quotient zum Vorschein.

Einige Uebungsaufgaben.

„Ein Vater schenkte seinen in einer Erbschaft erhaltenen Antheil, welches aus Thalern bestand, seinen beyden Söhnen. Diese setzten ihn auf Interessen mit 4 pro Cent. Nach zwey Jahren erhielten sie die gesammten Interessen auf einmal. Der älteste Sohn kaufte sich für seine Interessen, welche aus der ihm zugehörigen Hälfte bestanden, einen Schreibtisch à 4 Thlr. und 6 Stühle, welche 8 Thlr. kosteten. Es fragt sich nun, wie viel Hundert Thaler hatte der Vater geerbt? 300 Thlr.

„Jemand hatte sich ein Kapital gesammelt. Er verlieh es mit 3 pro Cent 3 Jahre lang. Für $\frac{1}{4}$ der sämmtlichen Interessen kaufte er sich Kleider. Die Hälfte derselben verwendete er auf Wäsche, und 9 Thaler vertheilte er unter zwey arme Familien. Wie viel Hundert Thaler waren es, die er sich gesammelt hatte? 400 Thlr.

„Jemand hatte ein Kapital 4 Jahre lang mit 3 p. C. verliehen, und davon 48 Thlr. Interessen gezogen. Nun

legte er zum Kapital noch ein andres, das eben so viel betrug, und kaufte sich für diese ganze Summe, ein Haus. Wie viel Thaler, kostete ihn dieses Haus? 800 Thlr.

Endlich lasse der Lehrer seinen Schüler aus dem Kapital und den Interessen auch die pro Cente berechnen. Hier hat er nehmlich durch die Division mit der Zahl des Kapitals (dem Multiplikandus) in die Zahl der Interessen, (das Produkt) den Multiplikator aufzusuchen nöthig.

Uebungs-Aufgaben.

„Mit wie viel pro Cent sind 4 Hundert Thaler ausgeliehen worden, wenn die alljährlichen Interessen davon 20 Thaler betragen?

Verfahren dabey.

4 dividirt in 20, giebt 5. Also mit 5 p. C.

„Ein Kapital von 6 Hundert Thalern trug jährlich 25 Thlr. Interessen. Mit wie viel pro Cent war es ausgeliehen worden? Mit 4 pro Cent.

Anmerkung. Bey den Uebungen im Kopfrechnen müssen die Kapitale in lauter Hunderten, und die Interessen mit lauter solchen Zahlen angegeben werden, in welchen die Faktoren ohne Rest enthalten sind. Es würde den Kopfrechner zu sehr anstrengen, und ihn auch bald ermüden, wenn man ihm Aufgaben der Art vorlegen wollte. „Wie viel Interessen geben 331½ Thlr. à 4½ p. C. in 3½ Jahren?“ „Wie viel Hundert Thaler ist ein Kapital stark, das mit 4½ p. C. ausgeliehen, binnen 3½ Jahren 28 Thlr. Interessen eingetragen hat?“ Dergleichen Aufgaben gehören in das Gebiet des schriftlichen Rechnen.

Einige Aufgaben zur Uebung für solche Rechenschüler die sich in der Multiplikationstheorie hinlängliche Kennt-

nisse und eine große Fertigkeit erworben haben, sollen den Beschluß meiner Anweisung zum Multipliciren machen. Es wird dergleichen Schüler gewiß nicht wenig freuen, wenn sie dieselben richtig ausrechnen, und dadurch ihrem lieben Lehrer einen Beweis ihrer Aufmerksamkeit und ihres angewandten Fleißes geben können. Diese Aufgaben müssen aber vom Lehrer sehr langsam diktirt werden, damit der Schüler gemächlich nachrechnen kann.

„Ein Vater hatte vier Söhne, denen er sein Vermögen, welches in lauter Thalern bestand, in seinem Testamente vermachte. Als er gestorben, und das Testament erbrochen worden war, so erhielten die beyden jüngsten Brüder einer so viel wie der andere; der zweyte Sohn eben so viel als die beyden jüngsten zusammen; und der älteste Sohn noch einmal so viel; als der zweyte. Der vierte Sohn setzte sein sämmtliches geerbtes Geld auf Interessen mit 4 p C., 2 Jahre lang, und bekam dafür so viel Interessen, daß er sich 8 Ellen Zeug à $\frac{3}{4}$ Thlr., 8 Ellen Tuch à $\frac{7}{8}$ Thlr. und 27 Ellen Band à $\frac{1}{9}$ Thlr. dafür einkaufen konnte. Der zweyte Sohn unterstützte von seinem geerbten Gelde seinen ältesten Bruder, und zwar so, daß sich dieser für sein geerbtes und das von seinem zweyten Bruder erhaltene Geld zusammen genommen, eine Fabrik von 1000 Thalern kaufen konnte. Dasjenige Geld, was der zweyte Sohn noch übrig hatte, legte er mit den geerbten Thalern des dritten Bruders zusammen, und verlieh es mit 4 p. C. 3 Jahre lang. Die sämmtlichen Interessen theilten nun die Brüder nach Verhältniß ihrer Zusammenlage; es fragt sich jetzt, wie viel Thaler empfieng ein jeder von diesen Interessen? Antw. 24 Thaler.

Auflösung.

Der jüngste Sohn konnte sich für die sämmtlichen Interessen seines geerbten, und auf 2 Jahre lang mit 4 p. C.

ausgeliehenen Geldes für 16 Thlr. Waaren einkaufen, denn so viel beträgt die Summe von den 3 angegebnen Posten. Da 16 Thlr. die zweyjährigen Interessen sind, so sind die Interessen Eines Jahres die Hälfte davon, nehmlich 8 Thlr. Folglich hatte der 4te Sohn 200 Thlr geerbt. Der zweyte Sohn hatte eben so viel, als die beyden jüngsten zusammen, und mithin 400 Thlr geerbt. Davon lieh er dem ältesten Bruder, der noch einmal so viel als Er selbst geerbt hatte, (also 800 Thlr.) so viel, daß dieser 1000 Thlr. zusammen bekam. Hieraus erhellet, daß sein Darlehn aus 200 Thlr. bestand. Folglich behielt er noch in Kasse 200 Thlr. Diese 200 Thlr. legte er zum Kapital des dritten Bruders, als welches ebenfalls aus 200 Thlr. bestand. Dadurch wurde ihr Kapital 400 Thlr. stark. 400 Thlr. mit 4 p. C. 3 Jahre lang ausgeliehen, tragen 48 Thlr. Interessen. Davon erhielt Jeder die Hälfte, weil Jeder ein Gleiches gelegt hatte; folglich ein Jeder 24 Thlr.

„Jemand verkaufte 16 Centner à 25 Thlr. und 14 Ctr. à 11 Thlr. Zu dem daraus gelößtem Gelde legte er noch 8 mal $\frac{3}{4}$ Thlr., 15 mal $\frac{2}{3}$ Thlr.; 90 Zwanzigkreuzer, und endlich die Interessen von 200 Thlr., die er mit 5 p. C. ein Jahr lang ausgeliehen hatte. Nun verlieh er dieses sämmtliche Geld mit 4 p. C. zwey Jahre lang. Von den Interessen, die ihm nach Verlauf dieser Zeit dieses Kapital eingetragen hatte, kaufte er für 3 mal 12 Thlr. seinen Kindern Kleider und Bücher, und den Rest schenkte er ihren lieben Lehrer. Dieser unterstützte seine dürftige Mutter mit der Hälfte des erhaltenen Geschenks, und für das Uebrige kaufte er sich Leinwand zu Hemden, wovon die Elle 5 Gr. 4 Pf. kostete. Wie viel Ellen erhielt er? Antw. 27 Ellen.

Auflösung.

16 Ctr. à 25 Thlr. und 14 Ctr. à 11 Thlr. betragen zusammen 554 Thlr. Dazu kamen noch 36 Thlr und 10 Thlr Interessengelder. Also 554 + 36 + 10. thut zusammen 600 Thlr. Die Interessen dieses Kapitals mit

4 p. C. betragen in 2 Jahren 48 Thlr. Von diesen Interessen erhielten seine Kinder 36 und der Lehrer derselben den Rest, nehmlich 12 Thlr. die Hälfte seines erhaltenen Geschenks (6 Thlr.) gab der Lehrer seiner Mutter, und für die andre Hälfte kaufte er Leinwand, zu 5 Gr. 4 Pf. 5 Gr. 4 Pf. 1 sind Zwanzigkreuzer, und 27 Zwanzigkreuzer sind 6 Thlr.

„Jemand verkaufte 100 Pfund à $4\frac{3}{4}$ Thlr. Zu diesem gelößten Gelde legte er so viel Thaler, als sein Bruder von einem Kapital das 500 Thlr. betrug, und mit 5 p. C. war ausgeliehen worden, jährlich Interessen erhielt. In kurzer Zeit nahm er von seinem Gelde einen beträchtlichen Theil hinweg, und gab die Hälfte davon seiner abgebrannten Schwester; ein Viertel lieh er einem guten Freunde und für 50 Thaler kaufte er sich einen Garten. Nun legte er zu dem Gelde, welches ihm noch nach Abzug des jetzt gedachten Theils übrig geblieben war, noch einmal so viel, und verlieh es mit 5 p. C. auf ein Jahr. Die erhaltenen Interessen vertheilte er unter die Armen, welche bey der eingetretenen Kälte große Noth leiden mußten. Ein jeder Armer empfieng $\frac{2}{3}$ Thlr. Wie viel Arme erhielten also durch diesen wohlthätigen Mann eine Unterstützung?" Antwort 45 Arme.

Auflösung.

100 Pf. à $4\frac{3}{4}$ Thlr. betragen 475 Thlr. Dazu legte er noch eben so viel Thlr. als 500 Thlr. zu 5 p. C alljährlich Interessen eintragen Also 25 Thlr. Nun hatte er also 500 Thlr. beisammen. Hiervon nahm er weg 200 Thlr. wie man aus den angezeigten 50 Thlrn, welche das Viertel dieser Summe sind, schließen kann. Zu seiner noch übrigen Baarschaft (300 Thlr.) legte er noch 300 Thlr. Diese 600 Thlr. mit 5 p. C. ein Jahr lang ausgeliehen, tragen 30 Thlr. Interessen. Ein jeder Armer erhielt von diesen Interessen 1 Gulden. Da 30 Thlr. 45 Gulden sind, so hatte er also 45 Arme unterstützt.

Anmerkungen.

1.

Diese den Exempeln untergesetzte Auflösungen muß der Schüler, welcher bey der Berechnung das richtige Facit traf, selbst machen, und darüber Andern, die ein falsches Facit heraus brachten, Rechenschaft ablegen.

2.

Wenn der Lehrer seinen Schülern Unterricht im Tafelrechnen ertheilt, so thut er wohl, wenn er solche Exempel mitunter ausrechnen läßt. Die Schüler werden dadurch an die Vortheile im Multipliciren mit ganzen und gebrochnen Zahlen öfter erinnert, und behalten sie desto fester im Gedächtniß. Er kann sie auch dergleichen Aufgaben schriftlich entwerfen lassen, als welches für sie nicht nur eine schöne Uebung seyn, sondern auch dem Lehrer Stoff geben wird, ihre Talente und die Forschritte, die ein jeder von Zeit zu Zeit im Denken und Entwerfen solcher Exempel macht, näher und genauer kennen zu lernen.

Kap. 4.

Vom Dividiren.

Das Dividiren muß dem Kopfrechner eben so geläufig und leicht seyn, als Multipliciren, Subtrahiren und Addiren. Die Division ist eigentlich weiter nichts, als eine verkürzte kompendiöse Subtraktion. Wie bekannt, kann eine Zahl auf zweyerley Weise vermindert werden: nehmlich einmal dergestalt, daß man von derselben eine

andere nur einmal hinwegnimmt. Z. B., 6 von 24 bleibt 18 Rest. Hier ist also die 6 von der 24 nur einmal hinweggenommen worden. Oder man kann auch zweytens eine Zahl dergestalt vermindern, daß man von derselben eine andere so viel mal hinwegnimmt, als diese in ihr enthalten ist. So kann z. B. die 6 von der 24 auch viermal hinweggenommen werden. Um in diesem letzten Falle mit der Operation schneller zu Stande zu kommen, bedient man sich folgender Abkürzung. Man nimmt nehmlich die Zahl 6 anstatt sie viermal einzeln von der 24 abzuziehen, (z. B. 6 von 24 bleibt 18, und 6 von 18 bleibt 12, und 6 von 12 bleibt 6 und endlich 6 von 6 geht auf) lieber gleich auf einmal hinweg, und sagt solchergestalt, 6 kann von 24 viermal hinweggenommen werden. Hieraus läßt sich nun bestimmen, was dividiren eigentlich heißt. Dividiren heißt nehmlich eine Zahl von einer andern so viel mal hinwegnehmen, oder abziehen als sie in derselben enthalten ist. Wenn man sich bey der Division, wie es gebräuchlich ist, des Wortes in bedient z. B. 6 in 24 viermal; so ist dieses Wort in gleichsam als das Untersuchungs-Wort zu betrachten. Man will nehmlich dadurch erfahren, wie viel mal der Divisor im Dividendus enthalten sey, um ihn sodann so viel mal, als er darinnen steckt, hinwegnehmen zu können. Diejenige Zahl, welche durch die Division gefunden wird, heißt in der Kunstsprache der Quotient. Der Quotient zeigt aber zugleich zweyerley an: nehmlich erstens, wie viel mal eine Zahl in der andern enthalten, und zweytens auch, der wie vielste Theil der Divisor vom Dividendus sey. Wenn man also sagt, 6 in 24 ist 4 mal enthalten, so

hat man auch zugleich gefunden, daß 6 von 24 der 4te Theil ist. Die Zahl, mit welcher man dividirt, heißt der Divisor; und die, in welche die Division verrichtet wird, der Dividendus. Oefters ereignet sich bey der Division der Fall, daß der Divisor im Dividendus nicht blos einige Mal ganz, sondern auch noch dazu ein halbes oder ein viertel Mal u. s. w. enthalten ist. Dieses pflegt man gemeiniglich so anzumerken, daß man hinter die gefundene ganze Zahl des Quotienten den Ueberschuß oder Rest bruchweise, und zwar so ansetzt, daß unter der Bruchlinie der Divisor, über sie der Rest zu stehen kommt, z. B. $2:13 = 6\frac{1}{2}$. Da der Quotient diejenige Zahl ist, welche anzeigt, wie viel mal der Divisor im Dividendus enthalten sey, so muß auch nothwendig der Quotient mit dem Divisor multiplicirt, den Dividendus, oder der Quotient in den Dividendus dividirt, den Divisor wieder geben: und dieses ist in der Lehre von der Division die sogenannte Probe. Z. B., $4:24 = 6$, und $6 \times 4 = 24$; ferner $6:24 = 4$ und $4:24 = 6$. Wenn der Lehrer seinem Schüler Alles dieses gezeigt, und deutlich aus einander gesetzt hat, so kann er ihn nun das Eins in Eins entwerfen lassen, dessen Grund man aus dem Einmal Eins einsieht. Hat sich der Schüler dasselbe recht bekannt gemacht, so wird er gewiß mit vieler Fertigkeit den Quotienten finden lernen, wenn der Divisor eine einfache Zahl ist.

Das Eins in Eins

1 in	1 ist enth.	1 mal	4 in	4 ist enth.	1 mal	7 in	7 ist enth.	1 mal
1 : 2	=	2 —	4 : 8	=	2 —	7 : 14	=	2 —
1 : 3	=	3 —	4 : 12	=	3 —	7 : 21	=	3 —
1 : 4	=	4 —	4 : 16	=	4 —	7 : 28	=	4 —
1 : 5	=	5 —	4 : 20	=	5 —	7 : 35	=	5 —
1 : 6	=	6 —	4 : 24	=	6 —	7 : 42	=	6 —
1 : 7	=	7 —	4 : 28	=	7 —	7 : 49	=	7 —
1 : 8	=	8 —	4 : 32	=	8 —	7 : 56	=	8 —
1 : 6	=	9 —	4 : 36	=	9 —	7 : 63	=	9 —
1 : 10	=	10 —	4 : 40	=	10 —	7 : 70	=	10 —
2 : 2	=	1 —	5 : 5	=	1 —	8 : 8	=	1 —
2 : 4	=	2 —	5 : 10	=	2 —	8 : 16	=	2 —
2 : 6	=	3 —	5 : 15	=	3 —	8 : 24	=	3 —
2 : 8	=	4 —	5 : 20	=	4 —	8 : 32	=	4 —
2 : 10	=	5 —	5 : 25	=	5 —	8 : 40	=	5 —
2 : 12	=	6 —	5 : 30	=	6 —	8 : 48	=	6 —
2 : 14	=	7 —	5 : 35	=	7 —	8 : 56	=	7 —
2 : 16	=	8 —	5 : 40	=	8 —	8 : 64	=	8 —
2 : 18	=	9 —	5 : 45	=	9 —	8 : 72	=	9 —
2 : 20	=	10 —	5 : 50	=	10 —	8 : 80	=	10 —
3 : 3	=	1 —	6 : 6	=	1 —	9 : 9	=	1 —
3 : 6	=	2 —	6 : 12	=	2 —	9 : 18	=	2 —
3 : 9	=	3 —	6 : 18	=	3 —	9 : 27	=	3 —
3 : 12	=	4 —	6 : 24	=	4 —	9 : 36	=	4 —
3 : 15	=	5 —	6 : 30	=	5 —	9 : 45	=	5 —
3 : 18	=	6 —	6 : 36	=	6 —	9 : 54	=	6 —
3 : 21	=	7 —	6 : 42	=	7 —	9 : 63	=	7 —
3 : 24	=	8 —	6 : 48	=	8 —	9 : 72	=	8 —
3 : 27	=	9 —	6 : 54	=	9 —	9 : 81	=	9 —
3 : 30	=	10 —	6 : 60	=	10 —	9 : 90	=	10 —

Anmerkung. Da der Quotient nicht blos anzeigt, wie viel mal eine Zahl in der andern enthalten, sondern auch der wie vielste Theil der Divisor vom Dividendus sey, so kann man also auch aus dem Eins in Eins das Letzte finden. Z. B., der wie vielste Theil ist 8 von 72? Antw.

der 9te. Auch auf diesen Umstand muß der Lehrer seinen Schüler aufmerksam machen.

Bey dem Durchgehen des Eins in Eins thut der Lehrer wohl, wenn er dasselbe die meisten Male außer der Reihe durch fragt, und dabey so viel als möglich Veränderungen anbringt. Z. B.

„Wie viel mal ist die 8 in der 40 enthalten? Antw. 5 mal. Warum nicht mehr mal? Antw. Weil 40 aus nicht mehr als 5 mal 8 Einheiten besteht.

„Dividirt die Zahl 72 durch 9, und die Zahl 32 durch 4. Addirt beyde Quotienten zusammen, und sagt mir ihre Summe.

„Dividirt 81 durch 9. Ziehet vom gefundenen Quotienten die Zahl 5 ab, und sagt mir sodann den Rest.

„Dividirt mit 6 in 48, und multiplicirt den gefundenen Quotienten mit sich selbst. Welche Zahl ist das richtige Produkt?

„Giebt 36 durch 9 dividirt einen Quotienten, der größer ist, als der Quotient der Zahl 28, dividirt durch 7?

„Sehet hier diese Ziffern an: 1. 3. 9. 18. 0. 12. 4. Welche von ihnen giebt das nehmliche Produkt, wenn man sie mit 5 multipleirt, als sie zum Quotienten geben würde, wenn man sie mit 5 dividirte?

„Ist der 7te Theil von 56 Groschen mehr oder weniger als $\frac{1}{3}$ Thlr.?

„Suchet den 3ten Theil von 18 Pfennigen, und sagt mir, wie viel er mehr werth ist als 2 Dreyer.

„Dividirt mit 9 in 81, und addirt den Quotienten zu einer von diesen drey Zahlen: 41, 121, 251. Sagt mir die gefundene Summe, und dann sollt ihr von mir erfahren, zu welcher Zahl ihr euren Quotienten addirt habet.

„Machet 3 Thlr. zu Groschen, und dividirt in dieselben mit 8. Zum gefundenen Quotienten setzet sodann 12 und 3 Groschen. Sagt mir nun, wie viel Thaler betragen diese Groschen zusammen?

„Verwandelt 5 Groschen in Pfennige, und dividirt in dieselben mit 6, so werdet ihr erfahren, wie viel Pfennige ich dort im Fenster für die armen Leute liegen habe.

„Nehmet die 6 dreymal, und dividirt das Produkt durch 3. Wie viel giebt der Quotient?

„Jemand dividirte mit einer Zahl in 24, und erhielt den Quotienten 8. Mit welcher Zahl hatte er die Division verrichtet?

„Wenn ihr wissen wollet, wie viel Groschen mich diese Schreibtafel gekostet hat, so dividirt mit 9 in 54. Der Quotient wird euch die Anzahl der Groschen bekannt machen.

„Denkt euch eine Zahl aus, in welcher die 8 ohne Rest aufgeht. Dividirt sie nun mit 8, und den gefundenen Quotienten multiplicirt mit sich selbst. Sagt mir den 3ten Theil vom Produkte. Ich wette, nun weiß ich eure ausgedachte Zahl.

„Hannchen und August wurden zu ihrem Vater gerufen. Hier liebe Kinder, sprach der Vater zu ihnen, zählt mir doch einmal recht geschwind, wie viel diese Zehnkreuzer Thaler machen. Nehmt jedes von euch einen Haufen, damit ihr euch im Zählen nicht selbst hindert. Die auf jedem Haufen liegenden Zettelchen verwechselt aber ja nicht, weil auf jedem die Zahl der Stücke stehet, welche der Haufen in sich enthält. Hannchen wußte, daß auf einen Thaler 9 Zehnkreuzer gehen. Sie nahm also allemal 9 Zehnkreuzer, und setzte sie über einander. Als sie noch mit dem dritten Satze beschäftigt war, so sagte August: lieber Vater; bemühen Sie sich einmal her, ich will Ihnen sagen, wie viel diese acht Haufen Zehnkreuzer Thaler machen.

Der Vater that es, und August sagte: Hier dieser Haufen, auf welchem das Zettelchen mit No. 72 Stück Zehnkreuzer liegt, beträgt 8 Thlr. Dieser Haufen, welcher nach der Angabe des Zettelchens 90 Stück enthält, beträgt 10 Thlr. Dieser No. 45 Stück, macht 5 Thlr. Dieser No. 54 Stück, beträgt 6 Thlr. Dieser No. 63 Stück, enthält 7 Thlr. Dieser No. 81 Stück, macht 9 Thlr. Dieser No. 18 Stück, thut 2 Thlr. Dieser No. 27 Stück, beträgt 3 Thlr. Hannchen erstaunte, als sie hörte, daß der Vater zu Augusten sagte: du hast richtig; da sie doch Augusten keinen einzigen Zehnkreuzer hatte anrühren gesehen. Sie bat Augusten, ihr diese Kunst auch zu lernen, und August versprach es. Allein wie viel Stück Zehnkreuzer enthielt nun ihr Haufen, aus welchem sie mit vieler Mühe 8 Sätze herausgezählt hatte? Antw. 72 Zehnkreuzer.

Wenn die Kinder durch dergleichen Aufgaben hinlänglich geübt, und in dem Eins in Eins recht fest geworden sind, so kann ihnen der Lehrer Zahlen zu dividiren geben, in welchen der einfache Divisor nicht blos einige Male ganz, sondern auch noch dazu ein halbes, oder ein viertel Mal u. s. w. enthalten ist. Z. B., 3 dividirt in 25, giebt zum Quotienten $8\frac{1}{3}$. Da der Zähler des Bruchs einen oder mehrere Theile aus dem ganzen Divisor enthält, so wird es Kindern, wenn sie der Lehrer darauf aufmerksam macht, nicht schwer fallen, den Werth des Bruchs, wenn der Dividendus eine benannte Zahl ist, richtig zu beurtheilen und anzugeben. Haben die Kinder die Tabellen gut im Gedächtnisse, so werden sie auch gar keinen Umweg zu machen nöthig haben, um bestimmen zu können, daß z. B. $\frac{1}{3}$ des Divi-

sors, wenn der Werth des ganzen Divisors 1 Thlr. ist, 8 Gr. oder $\frac{1}{4}$ desselben 6 Gr. sey, u. s. w.

Auf die Division mit einem eintheiligen Divisor in einen zweytheiligen Dividendus kann der Lehrer die Division mit einem eintheiligen Divisor in einen dreytheiligen Dividendus folgen lassen. Inzwischen ist hierbey die Vorsicht anzuwenden, daß der Schüler vom Leichtern zum Schwerern allmählig und stufenweise fortgeführet werde. Wie mich dünkt, könnte der Lehrer anfänglich solche Divisoren und Dividenden geben, wo in den beyden ersten Zahlen des Dividendus der Divisor ohne Rest enthalten wäre: z. B., 9 : 369; 8 : 328; 4 : 208, u. s. w. Hat der Schüler den Quotienten gefunden, so kann auch der Lehrer ihn die Probe darauf machen, und so von der Richtigkeit oder Unrichtigkeit seines Verfahrens sich selbst überzeugen lassen.

Besitzen die Kinder eine ziemliche Fertigkeit, die Division auf diese Weise zu verrichten, so könnten nun vom Lehrer solche Dividenden gegeben werden, wo in den beyden ersten Zahlen derselben ein Rest von 1 bliebe, und dabey die 1 in der Verbindung mit der dritten Zahl des Dividendus den Divisor ohne Rest vollends in sich enthielte: z. B., 3 : 108; 4 : 216; 8 : 336, und so weiter.

Bey hinlänglichen Fortschritten können sodann Dividenden, bey welchen Reste bleiben, gegeben werden, als welche Art der Divisien mit einem eintheiligen Divisor den Beschluß machen kann: z. B., 2 : 523; 8 : 419; 7 : 832.

Divisionen mit viertheiligen Dividenden im Kopfe verrichten zu lassen, halte ich nicht für ganz rath-

sam, es müßte denn seyn, daß ein Schüler selbst daran Vergnügen fände, und den Lehrer aus eigenem Antriebe dazu veranlaßte. Sichrer ist es, wenn man dergleichen Operationen auf der Tafel verrichten läßt, als zu welchem Geschäfte das Kopfrechnen blos eine Vorbereitung seyn soll.

Die Division mit zweytheiligen Divisoren läßt sich freylich wohl am schnellsten und leichtesten verrichten, wenn man das große Einmal Eins inne hat; denn wer z. B. weiß, daß 9 mal 36 die Zahl 324 zum Produkte giebt, dem wird es nicht schwer fallen, zu sagen, wie viel mal 36 in 328, oder in einer andern beliebigen dreytheiligen Zahl enthalten sey. Allein da man freylich Kindern es nicht zumuthen kann, daß große Einmal Eins, theils um seines weiten Umfangs, theils um des Gedächtnisses, das dabey sehr angegriffen wird, theils auch um des Zeitverlustes willen, auswendig zu lernen, so daß man auch die Division mit zweytheiligen Divisoren beym Kopfrechnen nicht zu weit ausdehnen. Inzwischen kann sie doch in manchen Fällen Statt finden. Ich will einige solcher Fälle hier angeben.

Erster Fall.

Wenn der Divisor blos aus Zehnern besteht, so ist die Division leicht im Kopfe zu verrichten, denn in diesem Falle hat man eigentlich nur mit einer eintheiligen Zahl zu dividiren nöthig. Z. B., 20 : 368. Man sagt hier also blos 2 in 36 giebt 18 und $\frac{8}{20}$.

Zweyter Fall.

Wenn sich der Divisor zerfällen läßt, so kann die Division zuweilen auch sehr leicht im Kopfe verrichtet werden. Z. B., wie viel mal ist 36 in 324 enthalten? 36 zerfällt, giebt zwey Sechsen zu Divisoren. Also 6 in 324 thut 54, und 6 in 54 giebt 9, als welche Zahl der richtige Quocient ist.

Oder man kann auch den Divisor und Dividendus durch eine in beyden ohne Rest enthaltne Zahl kleinern lassen. Z. B., wie viel mal ist 24 in 864 enthalten. Also sage man: Die Zahl 8. (als welche sich hierzu qualificirt) ist in dem Divisor 24, 3 mal, und in dem Dividendus 864, 108, mal, enthalten. Nun dividire man mit 3 in 108. und finde so den begehrten Quotienten.

Dritter Fall.

Wenn der Divisor 12, oder 24, oder eine andere Zahl ist, deren zwey, drey, vier, fünf, sechs, sieben, acht und neunfaches Produkt aus den Tabellen (s. Addition) dem Rechenschüler schon sattsam bekannt ist, so kann er die Division mit einer solchen Zahl gar leicht verrichten. Wer nehmlich weiß, daß 144 Groschen 6 Thaler sind, der wird auch ohne Anstand zu nehmen, sagen können, wie viel mal 24 in 144 enthalten sey.

Vierter Fall.

Wenn die Division durch Hülfe eines Kunstgriffs verrichtet werden kann, so fällt es auch nicht schwer, die Operation im Kopfe zu verrichten. Ich will hier einige solcher Kunstgriffe zum Beyspiel anführen.

1.

„Wenn eine dreytheilige Zahl, deren Zehner gerade so viel Einheiten enthalten, als die Summe der Einheiten ihrer Hunderter und Einer beträgt, mit 11 dividirt werden soll, so darf man nur, um den richtigen Quotienten zu finden, die Zahl der Zehner herausstreichen. Z. B. 11:352. Also aus 352 die 5 herausgestrichen, giebt 32, welche Zahl der richtige Quotient ist. Soll eine solche Zahl mit 22 dividirt werden, so darf man nur die Hälfte von 32 suchen, z. B., 22:352. Also 32 dividirt durch 2, giebt 16, als welche Zahl der richtige Quotient ist. Wenn 33 der Divisor ist, suche man das Drittel: z. B., 33:462. Also 42 dividirt durch 3, giebt 14. Wenn 44 der Divisor ist, so suche man das Viertel: z. B., 44:484. Also 44 dividirt durch 4, giebt 11. Eben so verfahre man bey 55, wo das Fünftel; bey 66, wo das Sechstel; bey 77, wo das Siebentel; bey 88, wo das Achtel; bey 99, wo das Neuntel gesucht werden muß. Wenn man sich an dasjenige erinnert, was ich von der Multiplikation mit 11 (s. K. 3.) gesagt habe, so wird man sich das hier Vorgetragene leicht erklären, und den wahren Grund davon hinlänglich einsehen können. Man könnte auch noch weiter gehen: z. B. 11:365. Also 33 und $\frac{2}{11}$. Hier ist nehmlich von der 5, an deren Stelle man, um die Zahl der Hunderter und Einer mit der Zahl der Zehner ins Gleiche zu bringen, nur einer 3 nöthig gehabt hätte, 2 übrig geblieben, welche 2 zu einem Zähler wird, dessen Nenner 11 ist. 11:234 = 21$\frac{3}{11}$. Da bey diesem Falle in der Stelle, wo die 4 steht, schon eine 1 hinreichend gewesen wäre, um den Quotienten 21 zu erhalten,

so ist das Uebrige von der 4, nehmlich 3 der Bruch $\frac{3}{11}$ geworden."

2.

„Soll man eine Zahl durch 25 dividiren, so multiplicire man dieselbe erst mit 4, und dividire sodann das Produkt durch 100, als welches Letzte dadurch geschehen kann, daß man die Stelle der Zehner und Einer davon abschneidet. Stehen in der Stelle der Zehner und Einer keine Nullen, sondern Zahlen, so werden diese der Zähler, deren Nenner 100 ist. Z. B. 25:364. Also 364 mal 4 thut 1456. Von 1456 die beyden letzten Stellen abgeschnitten, dieß giebt zum Quotienten $14\frac{56}{100}$. Den Grund von der Richtigkeit dieses Verfahrens wird man aus dem Kapitel von der Multiplikation, wo von der 25 die Rede ist, sich ebenfalls erklären können."

Die Division mit dreytheiligen Divisoren im Kopfe zu verrichten, ist mühsam, und auch unsicher. Es ist daher besser, wenn man sie blos auf der Tafel vollziehen läßt, da es ohnedies Stoff genug giebt, dem Schüler mit ein und zweytheiligen Divisoren hinlänglich zu beschäftigen.

Ich gehe nun zur Division mit Brüchen über, als welche bey vielen Fällen im Kopfe recht bequem vollzogen werden kann.

Division mit Brüchen.

Wenn man den Rechenschüler daran erinnert, daß dividiren nichts anders heißt, als den Divisor vom Dividendus so viel mal hinwegnehmen, als er in ihm ent-

halten ist, so wird der Schüler sich nicht nur eine deutliche Vorstellung von der Bruchdivision machen, sondern sie auch bald mit vieler Fertigkeit verrichten lernen. Ich will, wie bey der Multiplikation mit Brüchen geschehen ist, alle mögliche Fälle, die bey der Bruchdivision vorkommen können, jetzt durchgehen. Es sollen dabey die Brüche benannt seyn, weil ich glaube, daß man durch dieses Mittel dem Schüler die Einsicht und Beurtheilung der Bruchdivision um vieles erleichtern kann. Es sind bey der Division mit Brüchen folgende Fälle möglich:

Erster Fall.

Einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu dividiren. Z. B., wie viel beträgt der 9te Theil von $\frac{18}{24}$ Thlr.

Das Verfahren ist in diesem Falle sehr leicht. Man dividirt blos mit dem Divisor in den Zähler des Dividendus. Also 9 dividirt in $\frac{18}{24}$ Thaler, giebt $\frac{2}{24}$ Thaler, d. i. 2 Groschen zum Quotienten. Man kann daher auch sagen: der 9te Theil von $\frac{18}{24}$ Thlr. ist 2 Groschen. Wenn der Divisor im Zähler des Dividendus nicht ohne Rest enthalten ist, so ist es am bequemsten, wenn man den Zähler unverändert läßt, und blos den Nenner des Bruchs mit dem Divisor multiplicirt. Z. B., wie viel erhält man zum Quotienten, wenn man mit 6 in $\frac{2}{3}$ Thlr. dividirt? Also sage man, 6 mal 3 ist 18, und $\frac{2}{18}$ Thlr. sind 2 Gr. 8 Pf. Der 6te Theil von $\frac{2}{3}$ Thlr. ist also 2 Gr. 8 Pf. Die Richtigkeit dieses Verfahrens gründet sich auf folgende Wahrheit. Wenn der Nenner eines Bruchs mit einer ganzen Zahl multiplicirt wird, der Zähler aber unver-

ändert bleibt, so wird der Bruch um eben so viel mal kleiner, als die ganze Zahl Einheiten in sich enthält. Um also einen Bruch durch eine ganze Zahl zu dividiren, giebt es, wie man sieht, zwey Wege: entweder dividire man den Zähler des Bruchs durch die ganze Zahl, und lasse den Nenner unverändert: oder, man multiplicire mit der ganzen Zahl den Nenner, und lasse den Zähler unverändert.

Zweyter Fall.

Einen Bruch mit Ganzen mit einer ganzen Zahl zu dividiren. Z. B., wie viel erhält man zum Quotienten, wenn man mit 3 in $6\frac{3}{4}$ Thlr. dividirt?

Regel: Man dividire mit der ganzen Zahl erst in die Ganzen des Dividendus, und nachher in den Bruch desselben. Also: 3 in 6 giebt 2, und 3 in $\frac{3}{4}$ giebt $\frac{1}{4}$. Der dritte Theil von $6\frac{3}{4}$ Thlr. ist also $2\frac{1}{4}$ Thlr. Lassen aber die Ganzen des Dividendus einen Rest, so multiplicire man mit dem Reste des Bruchs Nenner, addire sodann zum Produkt des Bruchs Zähler, und setze endlich unter die gefundene Summe, als welche der neue Zähler ist, das Produkt, welches aus der Multiplikation des Divisors und Nenners entstanden ist. Z. B., wie viel erhält man, wenn man mit 2 in $5\frac{2}{3}$ Thlr. dividirt? Man sage also: 2 in 5 giebt 2, und 1 bleibt Rest. 1 mit 3 multiplicirt, giebt 3, dazu 2 addirt, macht 5. Der Divisor 2 mit 3 multiplicirt, giebt 6. Der richtige Quotient ist also $2\frac{5}{6}$ Thlr. Zur deutlichern

Einsicht des Verfahrens lasse man den Rechenschüler den Dividendus $5\frac{2}{3}$ Thlr. also betrachten: $5\frac{2}{3}$ Thlr. sind eben so viel als 4 Thlr. und 1 Thlr. 16 Gr. oder Letzteres bruchweise ausgedrückt, $\frac{5}{3}$ Thlr. Nun lasse man ihn ganz nach der vorigen Regel operiren, nehmlich: 2 in 4 Thlr., giebt 2 Thlr., und 2 in $\frac{5}{3}$ Thlr. giebt (s. des ersten Falles Regel) $\frac{5}{6}$ Thaler. Also, $2 : 5\frac{2}{3}$ Thlr. $= 2\frac{5}{6}$ Thlr. Man kann ihn auch noch über diesen Fall so nachdenken lassen: $5\frac{2}{3}$ Thlr. sind 5 Thlr. 16 Gr. Diese mit 2 dividirt, geben 2 Thlr. 20 Gr. Auf diese Weise wird, wie ich glaube, dem Schüler Alles deutlich werden.

Dritter Fall.

Einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren. Z. B., wie viel mal stecken $\frac{3}{8}$ Thaler in $\frac{3}{4}$ Thaler?

Regel: Man kehre den Divisor um, und multiplicire sodann beyder Brüche Zähler und Nenner mit einander. Z. B., $\frac{3}{8}$ umgekehrt ist $\frac{8}{3}$, und $\frac{8}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{24}{12}$, d. i. 2 ganze Mal. Also stecken $\frac{3}{8}$ Thlr. in $\frac{3}{4}$ Thaler zweymal, und mithin sind auch $\frac{3}{8}$ Thlr. der zweyte Theil von $\frac{3}{4}$ Thlr. Durch das Umkehren des Divisors entsteht nehmlich ein anderer Divisor und Dividendus, aber von gleicher Größe mit dem vorigen Divisor und Dividendus, nur anders ausgedrückt, und mit einerley Nenner. Wenn man $\frac{3}{8}$ Thlr., als welcher Bruch der Divisor ist, mit seinem Nenner multiplicirt, also 8 mal nimmt, so findet man $\frac{24}{8}$, d. i. 3 ganze Thaler, und wenn man $\frac{3}{4}$ Thlr. auch 8 mal nimmt, so erhält man $\frac{24}{4}$ Thlr. 3 Thlr. stecken nun in $\frac{24}{4}$ Thlr. $\frac{24}{12}$ mal, oder

welches einerley ist, 2 ganze Mal. Man könnte den Rechenschüler über diesen Fall auch noch folgendermaßen nachdenken lassen. $\frac{3}{8}$ Thlr. sind 9 Groschen, und $\frac{3}{4}$ Thlr. sind 18 Gr. Wie viel mal sind nun 9 Groschen in 18 Groschen enthalten? Antw. Zwey mal. Sind die Nenner des Divisors und Dividendus einander gleich, so darf man nur mit dem Zähler des Divisors in den Zähler des Dividendus dividiren. Wären z. B. die obigen Brüche $\frac{3}{8}$ Thlr.; $\frac{3}{4}$ Thlr. so ausgedrückt gewesen: $\frac{9}{24}$ Thlr., $\frac{18}{24}$, so hätte man nur sagen dürfen $\frac{9}{24}$: $\frac{18}{24}$ = $\frac{2}{24}$ Thlr.

Vierter Fall.

Eine ganze Zahl mit einem Bruche zu dividiren. Z. B., wie viel mal stecken $\frac{3}{4}$ Thlr. in 12 Thalern?

Regel. Man multiplicire den Dividendus mit des Bruches Nenner, und dividire das gefundene Produkt durch den Zähler. Z. B. $\frac{3}{4}$ Thlr.: 12 Thlr. $= \frac{4 \times 12}{3}$.

Der Quotient zeigt an, daß $\frac{3}{4}$ Thlr. in 12 Thlr. 16 mal enthalten sind. Man kann die Kinder so darüber nachdenken lassen; $\frac{3}{4}$ Thlr. stecken in 12 Thlr. eben so viel mal, als viermal $\frac{3}{4}$ Thlr. d. i. 3 Thlr in 4 mal 12, d. i. 48 Thalern stecken. Da nun 3 Thlr. in 12 Thalern 4 mal stecken, so müssen auch nothwendig 3 Thlr. in 4 mal 12 Thalern, d. i. 48 Thlr. 16 mal stecken.

Fünfter Fall.

Eine ganze Zahl mit einem angehängten Bruche durch einen Bruch zu dividiren. Z. B., wie viel mal stecken $\frac{3}{8}$ Thaler in $12\frac{1}{2}$ Thaler?

Regel: Man richte den Dividendus ein, und verfahre sodann nach der Anweisung der Regel des dritten Falles. Z. B. $\frac{3}{8}$ Thlr.: $12\frac{1}{2}$ Thlr.; also $\frac{8}{3}$ Thlr.: $\frac{25}{2}$ $= \frac{200}{6}$. Der Quotient giebt $33\frac{1}{3}$ mal. Man könnte dem Schüler die Sache auch folgendermaßen vorstellen. $\frac{3}{8}$ sind 9 Groschen, und $12\frac{1}{2}$ Thlr. sind 300 Groschen. Wie viel mal stecken nun 9 Groschen in 300 Groschen? Antw. $33\frac{1}{3}$ mal.

Sechster Fall.

Eine ganze Zahl durch eine ganze Zahl mit einem angehängten Bruche zu dividiren. Z. B., wie viel mal stecken $2\frac{1}{4}$ Thaler in 18 Thaler?

Regel: Man richte den Divisor ein, und verfahre übrigens nach der Regel des vierten Falles. Z. B. $2\frac{1}{4}$ Thlr.: 18 Thlr. Also $\frac{9}{4}$ Thlr.: 18 Thlr. $= \frac{4 \times 18}{9}$. Der Quotient zeigt an, daß $2\frac{1}{4}$ Thlr. in 18 Thlr. achtmal stecken. Der Lehrer kann aber auch wie bey vorhergehendem Falle gezeigt wurde, den Schüler auf folgende Vorstellung leiten: $2\frac{1}{4}$ Thlr. sind 54 Groschen, und 18 Thlr. sind 432 Gr. Wie viel mal stecken nun 54 Gr. in 432 Gr.? Antw. 8 mal.

Siebenter Fall.

Eine ganze Zahl mit einem Bruche, durch eine ganze Zahl mit einem Bruche zu dividiren. Z. B., wie viel mal stecken $2\frac{1}{2}$ Thlr. in $7\frac{1}{2}$ Thlr.)

Regel: Man richte beyde Brüche ein, und verfahre sodann nach der Regel des dritten Falles. Z. B. $2\frac{1}{2}$ Thlr.: $7\frac{1}{2}$ Thlr. Also $\frac{2}{5}$ Thlr. $\times$ $\frac{15}{2}$ Thlr. $= \frac{30}{10}$ Thlr. Der Quotient zeigt an, daß $2\frac{1}{2}$ Thlr. in $7\frac{1}{2}$ Thlr. dreymal enthalten sind. Man kann dem Schüler die Sache auch so vorstellen. $2\frac{1}{2}$ Thlr. sind 5 halbe Thaler, oder 60 Groschen, und $7\frac{1}{2}$ Thlr. sind 15 halbe Thaler, oder 180 Groschen. Wie viel mal stecken nun 5 halbe Thaler in 15 halben Thalern? Antwort 3 mal: oder 60 Groschen in 180 Groschen? Antw. 3 mal.

Einige Vortheile bey der Division mit Brüchen.

Erster Vortheil.

Wenn man einen Bruch durch einen Bruch dividiren soll, und die Brüche haben einerley Zähler, z. B. $\frac{3}{8}$, : $\frac{3}{4}$, so dividire man blos mit dem Nenner des Dividendus in den Nenner des Divisors. Der Quotient, den man dadurch erhält, zeigt richtig an, wie viel mal der Divisor im Dividendus enthalten ist. Nach der Regel des dritten Falles sollte eigentlich der Divisor, als welcher hier $\frac{3}{8}$ ist, umgekehrt, und sodann Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner multiplicirt werden. Weil

nun aber $\frac{8}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{8 \times 3}{3 \times 4}$, so sieht man wohl ein, daß die Multiplikation mit den Dreyen auf beyden Seiten erspart werden kann, und daß, wenn man sie hinwegwirft, blos noch $\frac{8}{4}$ für die zu vollziehende Operation übrig bleibt. Es ist gut, wenn der Lehrer dem Schüler diesen Vortheil bekannt macht; der Schüler erlangt dadurch nicht nur mehr Einsicht in der Rechenkunst, sondern wird auch in den Stand gesetzt, die Division mit größern Brüchen bequemer zu verrichten. Z. B. $\frac{15}{24}$ Thlr. dividirt in $\frac{15}{16}$ Thlr. $= 1\frac{1}{2}$.

Zweyter Vortheil.

Wenn man einen Bruch durch einen Bruch dividiren soll, wo der Nenner des Divisors im Nenner des Dividendus ohne Rest enthalten ist, so dividire man mit des Divisors Nenner in den Nenner des Dividendus hinein, und multiplicire sodann mit dem Quotienten des Divisors Zähler. Das gefundene Produkt wird sodann zum Nenner gemacht, dessen Zähler der Zähler des Dividendus ist. Z. B., wie viel mal steckt $\frac{5}{8}$ Thlr. in $\frac{15}{16}$ Thlr.? Man sage also: 8 in 16, zweymal, und 2 mal 5 ist 10. Der Bruch $\frac{5}{8}$ Thlr. steckt also im Bruche $\frac{15}{16}$ Thlr., $\frac{15}{10}$ oder $1\frac{1}{2}$ mal. Beweiß. Nach der Regel des dritten Falles sollte eigentlich der Divisor $\frac{5}{8}$ Thlr. umgekehrt, und sodann die Multiplikation der Zähler und Nenner verrichtet werden. Allein weil in der Rechenkunst Faktoren gegen einander gekleinert werden können, so sieht man wohl ein, daß $\frac{8 \times 15}{5 \times 16} = \frac{8 \times 15}{5 \times 16_2}$ ist, und daß mithin auf dem letzten Wege der Quotient

eben so richtig als auf dem ersten gefunden werden muß. Auch auf diesen Vortheil muß der Lehrer seinen Schüler aufmerksam machen.

Dritter Vortheil.

Wenn man einen Bruch durch einen Bruch dividiren soll, wo der Zähler des Divisors im Zähler des Dividendus ohne Rest enthalten ist, so dividire man mit des Divisors Zähler in den Zähler des Dividendus hinein, und multiplicire sodann mit dem gefundenen Quotienten des Divisors Nenner. Das gefundene Produkt wird sodann zu einem Zähler gemacht, dessen Nenner des Dividendus Nenner ist. Z. B., wie viel mal steckt $\frac{5}{6}$ Thlr. in $\frac{15}{16}$ Thlr.? Man sage also, 5 in 15, dreymal, und 3 mal 6 ist 18. Der Bruch $\frac{5}{6}$ Thlr. steckt also im Bruche $\frac{15}{16}$ Thlr., $\frac{18}{16}$ oder $1\frac{1}{8}$ mal. Der Beweiß ist ganz wie der beym vorhergehenden zweyten Falle zu führen. $\frac{5}{6}$ Thaler : $\frac{15}{16}$ Thlr. $= \frac{6}{5}$ Thlr. $\times \frac{15}{16}$ Thlr. $= \frac{6 \times \not{1}\not{5}3}{\not{5} \times 16}$ Faktoren können nehmlich gegen einander gekleinert werden. Wenn der Rechenschüler diesen Vortheil kennen lernt, so wird er zuweilen einen sehr guten Gebrauch davon machen können, besonders wenn die Brüche sich nicht bequem in ihren eigentlichen Werth umsetzen lassen. Z. B. wie mal stecken $\frac{3}{7}$ Thaler in $\frac{9}{11}$ Thaler?

Vierter Vortheil.

Wenn man eine ganze Zahl mit $3\frac{1}{3}$ dividiren soll, so darf man sie blos mit 3 multipliciren, und sodann vom gefundenen Produkt die in der Stelle der Einer ste-

hende Zahl abschneiden, und sie als einen Bruch betrachten, dessen Nenner allemal die Zahl 10 ist. Z. B., viel mal stecken $3\frac{1}{3}$ Thlr. in 16 Thlr? Man sage also: 3 mal 16 ist $4\big|\frac{8}{10}$. Also stecken $3\frac{1}{3}$ Thlr. in 16 Thlr. $4\frac{8}{10}$tel, oder $4\frac{4}{5}$tel Mal. Mit dieser Art zu dividiren hat es folgende Bewandniß: $3\frac{1}{3}$ sind der dritte Theil aus 10. Erinnert man nun den Schüler an die Regel des vierten Falles, wo gezeigt wurde, wie man operiren soll, um den Quotienten zu finden, wenn der Divisor ein Bruch, und der Dividendus eine ganze Zahl ist, so wird ihm Alles deutlich seyn. $3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ und $\frac{10}{3} : 16$

$$= \frac{16 \times 3.}{10.}$$

Fünfter Vortheil.

Wenn man eine ganze Zahl durch $9\frac{1}{11}$ dividiren soll, so multiplicire man sie blos mit 11, und schneide sodann vom gefundenen Produkt die beyden letzten Ziffern ab, als welche ein Bruch werden, deren Nenner 100 ist. Z. B., wie viel mal stecken $9\frac{1}{11}$ Thlr. in 81 Thlr.? Man sage also: 11 mal 81 ist $8\frac{91}{100}$. Also stecken $9\frac{1}{11}$ Thlr. in 81 Thlr. $8\frac{91}{100}$ mal. Beweiß: $9\frac{1}{11} = \frac{100}{11}$, und $\frac{81 \times 11}{100} = 8\frac{91}{100}$. Man vergleiche hierbey die Regel des vierten Falles.

Sechster Vortheil.

Wenn man eine ganze Zahl durch $11\frac{1}{9}$ dividiren soll, so verfahre man folgendermaßen: man multiplicire die ganze Zahl mit 9, und schneide sodann vom gefunde-

nen Produkt die beyden letzten Ziffern ab, als welche der Zähler eines Bruchs werden, dessen Nenner 100 ist. Z. B., wie viel mal sind $11\frac{1}{9}$ Thlr. in 30 Thlr. enthalten? Man sage also: 9 mal 30 ist $2|\frac{70}{100}$. Also stecken $11\frac{1}{9}$ Thlr. in 30 Thlr. $2\frac{70}{100}$ oder $2\frac{7}{10}$tel mal.

Beweiß: $11\frac{1}{9}$ Thlr. $= \frac{100}{9}$ Thlr. und $\frac{30 \times 9}{100} =$ $2\frac{7}{10}$ Thlr. Auch hier findet die Regel des vierten Falles ihre Anwendung.

Siebenter Vortheil.

Eine ganze Zahl mit $12\frac{1}{2}$ zu dividiren. Man multiplicire die ganze Zahl mit 8, und schneide vom gefundenen Produkt die beyden letzten Ziffern ab, als welche der Zähler des Bruchs werden, dessen Nenner 100 ist. Z. B., wie viel mal stecken $12\frac{1}{2}$ Thlr. in 18 Thlr.? Man sage also: 8 mal 18 ist $1|\frac{44}{100}$ Thlr. Also stecken $12\frac{1}{2}$ Thlr. in 18 Thlr. $1\frac{44}{100}$tel mal. Beweiß: $12\frac{1}{2}$ Thlr. $\times 8 = \frac{100}{8}$ Thlr., und $\frac{18 \times 8}{100} =$ $1\frac{44}{100}$ Thlr. Man vergleiche dabey die Regel des vierten Falles.

Achter Vortheil.

Wenn man eine ganze Zahl mit $16\frac{2}{3}$ dividiren soll, so verfahre man folgendermaßen. Man multiplicire die ganze Zahl mit 6, und schneide vom gefundenen Produkt die beyden letzten Ziffern ab, als welche der Zähler eines Bruchs werden, dessen Nenner 100 ist. Z. B., wie viel mal sind $16\frac{2}{3}$ Thaler in 60 Thalern enthalten?

Man sage also: 6 mal 60 ist $3 \mid \frac{60}{100}$ Thlr. Also stecken $16\frac{2}{3}$ Thlr. in 60 Thlr. $3\frac{60}{100}$tel mal. Beweiß: $16\frac{2}{3}$ Thlr. $\times 6 = \frac{100}{6}$ Thlr. und $\frac{60 \times 6}{100} = 3\frac{60}{100}$ Thaler. Hierbey gilt die Regel des vierten Falles ebenfalls.

Neunter Vortheil.

Soll eine ganze Zahl durch $33\frac{1}{3}$ dividirt werden, so multiplicire man sie mit 3, und schneide vom gefundenen Produkte die beyden letzten Ziffern ab, als welche der Zähler eines Bruchs werden, dessen Nenner 100 ist. Z. B., wie viel mal sind $33\frac{1}{3}$ Thlr. in 42 Thlr. enthalten? Man sage also: 3 mal 42 ist $1 \mid \frac{26}{100}$. Also stecken $33\frac{1}{3}$ Thlr. in 42 Thalern $1\frac{26}{100}$tel mal. Beweiß; $33\frac{1}{3}$ Thlr. $= \frac{100}{3}$ Thlr. und $\frac{42 \times 3}{100} = 1\frac{26}{100}$ Bey diesem Verfahren liegt ebenfalls die Regel des vierten Falles zum Grunde.

Anmerkung. Alle diese Divisionsvortheile werden dem Schüler sehr leicht begreiflich werden, ja er wird sie, wenn man ihn nur gehörig durch Fragen darauf hinleitet, selbst erfinden, wenn er die Vortheile bey der Multiplikation mit Brüchen wohl begriffen, und noch im Gedächtniß hat. Die Division ist gleichsam der Rückweg von der Multiplikation, und sie stehen beyde in dem genauesten Zusammenhange.

Einige Aufgaben zur Uebung in der Division mit Brüchen.

„Wie viel mal sind 3 Thlr. in $49\frac{1}{2}$ Thlr. enthalten? Antw. $16\frac{1}{2}$ mal. Der wie vielste Theil sind also auch $16\frac{1}{2}$ Thlr. von $49\frac{1}{2}$ Thlr.? Antw. Der dritte.

„Stecken $\frac{6}{8}$ Thlr. in $\frac{3}{4}$ Thalern mehr oder weniger mal, als 18 Groschen in $\frac{18}{24}$ Thalern?

„Dividirt mit $\frac{3}{4}$ Thlr. in 12 Thlr., und sagt mir sodann, ob $\frac{3}{4}$ Thlr. in 12 Thalern auch wirklich 20 mal enthalten sind. Antw. Nein, nur 16 mal.

„August sollte seinem Vater sagen, wie viel mal er $3\frac{1}{2}$ Thlr. von $18\frac{1}{4}$ Thlr. hinwegnehmen könnte. Das wußte aber August nicht. Wißt ihr es wohl?

„Dividirt mit $3\frac{1}{2}$ in eine ganze Zahl, sie sey, welche es wolle. Sagt mir den gefundenen Quotienten; wollt ihr nun wissen, in welche Zahl ihr dividirt habt?

„Wie viel Ellen Futter $\frac{5}{4}$ breit, braucht man zu $\frac{80}{4}$ Ellen Tuch? Antw. 16 Ellen Futter.

„Karl sollte sich von $7\frac{1}{2}$ Thalern den 6ten Theil, oder statt dessen 30 Groschen wählen. Welches von beyden war mehr werth? Antw. Es war eins so viel wie das andere werth.

„Welcher von euch wird mir wohl am geschwindesten, aber auch richtig sagen können, wie viel mal $\frac{2}{9}$ Thlr. in $\frac{2}{3}$ Thlr. enthalten sind? Antw. 3 mal.

„Multiplicirt die Zahl 8 mit sich selbst, ziehet vom Produkt die Zahl 4 ab, und dividirt sodann den Rest durch $12\frac{1}{2}$. Welchen Quotienten habt ihr gefunden? Antwort $4\frac{80}{100}$.

„Wie viel mal können $3\frac{1}{3}$ Ellen von einem Stücke Tuch abgeschnitten werden, das 35 Ellen hat? Antw. $10\frac{1}{2}$ mal.

„Wie viel mal sind 11 Thlr. 2 Gr. 8 Pf. in 50 Thalern enthalten? Antw. $4\frac{1}{2}$ mal.

Anmerkung. Exempel der Art sind Probiersteine, wodurch der Lehrer erfahren kann, ob der Rechenschüler Talente hat, und sich geschickt zu helfen weiß. 11 Thlr. 2 Gr. 8 Pf. sind nehmlich $11\frac{1}{9}$ Thlr. Wenn also der Schüler die begehrte Antwort augenblicklich giebt, als welches nach der Anweisung der Verfahrungsregel des vorhin gedachten 6ten Vortheils gar wohl geschehen kann, so ist das ein Beweiß, daß er den Rechnungsvortheil nicht nur wohl gefaßt hat, sondern ihn auch zur rechten Zeit anzuwenden weiß. Der Lehrer gebe daher Aufgaben der Art sehr oft auszurechnen auf.

„Addiret folgende Posten zusammen: 3 Thlr., 120 Gr., 36 Zehnkreuzer und 9 halbe Gulden. Dividiret die gefundene Summe durch $7\frac{1}{2}$, so werdet ihr erfahren, wie viel Thaler sich August binnen zwey Wochen verdient hat.

„Fritz erhielt den 6ten Theil von $9\frac{3}{4}$ Thalern zum Geschenk von seinem Vater, gegen den er den Wunsch geäußert hatte, Götzens nützliches Allerley, aus dem er schon so vielerley Gutes gelernt hatte, als Eigenthum zu besitzen. Nachdem er dieses Buch bey einem Antiquar für $1\frac{3}{8}$ Thlr. gekauft hatte, so brachte er den Rest von seinem erhaltenen Geschenke dem Vater wieder. Der Vater sprach zu ihm: ich verlange nichts wieder, mache damit deiner Schwester eine heimliche Freude. Fritz, welcher sie sehr liebte, legte, weil er wußte, daß sie eine englische Scheere zu besitzen wünschte, welche 10 Groschen kostete, zu diesem Gelde aus seiner Sparbüchse noch das übrige hinzu, und kaufte ihr eine. Es fragt sich nun, wie viel hat Fritz aus seiner Sparbüchse dazu gelegt? Antw. 3 Groschen.

Wenn der Lehrer seine Rechenschüler in der Division mit ganzen und gebrochnen Zahlen hinlänglich geübt

hat; so werden sie im Stande seyn, Aufgaben aus der sogenannten Regel Falsi auf eine sehr leichte Weise im Kopfe auszurechnen.

Unter die Aufgaben aus der sogenannten Regel Falsi zählt man bekanntermaßen diejenigen, in welchen ein Produkt, und einer der Faktoren, aus denen das Produkt erwachsen ist, mit der Forderung angegeben werden, daß man den andern Faktor daraus finden soll. Zum Beyspiel.

„Karl sagte: wenn ich hätte noch ein Mal und ein halbes Mal so viel Thaler, als ich wirklich habe, so würde ich just 35 Thlr. besitzen. Wie viel Thaler besaß er?"

In dieser Aufgabe ist das Produkt die Zahl 35, und der dazu gegebene Faktor $2\frac{1}{2}$, denn 1 Mal und noch 1 Mal und $\frac{1}{2}$ Mal $= 2\frac{1}{2}$. Es wird die Zahl zu wissen verlangt, welche mit $2\frac{1}{2}$ multiplicirt die Zahl 35 zum Produkt gegeben hat. Aus der Lehre von der Multiplikationsprobe (s. K. von der Multiplikation) ist bekannt, daß man durch die Division mit dem einen Faktor ins Produkt den andern Faktor finden kann. Wollte man also wissen, wie viel Thaler Karl besessen habe, so dürfte man nur die Zahl 35 durch den Faktor $2\frac{1}{2}$ dividiren. Also 35 dividirt durch $\frac{1}{2}$, oder welches einerley ist, durch $\frac{5}{2}$ giebt 14. Daß diese Zahl die richtige sey, erhellet aus der Probe, denn $14 + 14 + 7 = 35$. Oder auch 35 durch 14 dividirt, giebt $2\frac{1}{2}$. Hieraus sieht man, wie leicht sich Aufgaben aus dieser Rechnungsart solviren lassen, wenn man folgende Regel beobachtet:

„Man dividire mit dem angegebenen Faktor ins Produkt. Der Quotient giebt die zu wissen verlangte Zahl.“

Die Aufgaben der sogenannten Regel Falsi nach der Regel, welche in den Rechenbüchern ertheilt wird, zu solviren, würde für den Kopfrechner äußerst beschwerlich werden. Nach dieser Regel würde nehmlich die obige Aufgabe folgendermaßen solvirt werden müssen.

Die beliebig angenommene falsche Zahl sey 8. Also

$$\begin{array}{r} 8 \\ 8 \\ \underline{\tfrac{1}{2} \times 8 = 4} \\ 20. \end{array} \qquad \begin{array}{c} \underline{20 : 8 = 35 ?} \\ \text{Fac. } 14. \end{array}$$

Ich habe deßwegen diesen weit einfachern Weg dazu gewählt, da ohnehin die Aufgaben aus dieser Regel weiter nichts als bloße Divisionsproben sind. Man kann den Rechenschüler durch Fragen so leiten, daß er diesen Weg von selbst findet. Z. B.!

L. Wie viel hast du Pfennige bey dir?

S. 8.

L. Wenn du **noch einmal** so viel Pfennige dazu bekämst, wie viel würdest du dann haben?

S. 16.

L. Und wie viel dann, wenn du noch ein halbes Mal so viel Pfennige, als du bey dir hast, dazu erhieltest?

S. 20.

L. Wenn du mir, als ich dich vorhin fragte: wie viel hast du Pfennige bey dir? geantwortet hättest:

„wenn ich hätte noch einmal und ein halbes Mal so viel Pfennige, als ich wirklich habe, so würden es just 20 seyn," würdest du mich da belogen haben?

S. Nein.

L. Wie viel mal mußtest du denn aber deine Pfennige nehmen, ehe die Zahl 20 zum Vorschein kommen konnte?

S. Zwey und ein halbes Mal.

L. Wie nennt man diejenige Zahl, welche durch die Multiplikation zweyer Faktoren gefunden wird?

S. Produkt.

L. Was ist also die Zahl 20?

S. Ein Produkt.

L. Aus welchen Faktoren ist dieses Produkt entstanden?

S. Aus 8 und $2\frac{1}{2}$. Ich habe nehmlich die 8 noch ein Mal, und ein halbes Mal, das ist also zusammen $2\frac{1}{2}$ Mal, nehmen müssen.

L. Es wird dir aus der Lehre von der Multiplikation bekannt seyn, wie man es angreifen muß, wenn man aus dem Produkte und dem einen Faktor den andern Faktor finden will?

S. Ja; man muß mit dem einen Faktor ins Produkt dividiren, dadurch kömmt der andere Faktor zum Vorschein.

L. Nun suche jetzt einmal aus dem Produkte 20 und dem Faktor $2\frac{1}{2}$ die Zahl 8, als den andern Faktor?

S. $2\frac{1}{2}$ ist eben so viel als $\frac{5}{2}$. 5 in 20 steckt 4 mal, 4 durch 2 multiplicirt, giebt 8.

L. Wie muß man es also angreifen, wenn man Aufgaben auszurechnen bekommt, in welchen ein Produkt und ein Faktor gegeben werden, mit der Anzeige, daß man den andern Faktor dazu suchen soll?

S. Man muß mit dem angezeigten Faktor ins Produkt dividiren; der Quotient giebt den andern Faktor.

L. Richtig. Nun jetzt mache einmal den Versuch. Wenn ich noch ein Mal und $\frac{1}{4}$ mal so viel Pfennige bey mir hätte, als ich ihrer wirklich bey mir habe, so würden es just 36 seyn. Wie viel Pfennige habe ich also bey mir?

S. 1 Mal und noch 1 Mal und $\frac{1}{4}$ Mal beträgt zusammen $2\frac{1}{4}$; $2\frac{1}{4}$ ist $\frac{9}{4}$. 9 steckt in 36 viermal, und 4 mal 4 ist 16. Sie haben also 16 Pfennige bey sich, lieber Lehrer.

L. Richtig. Laß uns auch die Probe darauf machen. 16 Pfennige $2\frac{1}{4}$ mal genommen, sind?

S. 36 Pfennige.

L. Da du die in der Aufgabe befindlichen 36 Pfennige (das Produkt) auf diesem Wege wieder erhalten hast, kann also deine gefundene Zahl 16 falsch seyn?

S. Nein.

L. Dividire einmal mit 16 in 36.

S. 16 steckt in 36, $2\frac{1}{4}$ mal.

L. Was schließest du also auch aus dieser Probe?

S. Daß die gefundene Zahl 16 die richtige Zahl seyn muß.

L. Allerdings. Denn wäre sie es nicht, so würdest du den Faktor $2\frac{1}{4}$ gewiß auch nicht gefunden haben.

Anmerkung. Da Kinder Aufgaben aus der sogenannten Regel Falsi sehr gerne rechnen, und man ihnen viel Vergnügen damit macht, so thut der Lehrer wohl, wenn er dergleichen Aufgaben unter die Uebungen in Kopfrechnen mit aufnimmt.

Aufgaben zur Uebung.

„Fritz sagte: Hätte ich noch einmal und ein halbes Mal so viele Groschen, als ich wirklich habe, so würde ich just 65 Groschen besitzen. Wie viele Groschen besaß er? Antw. 26 Groschen.

„Ich habe mir eine Zahl angenommen, und zu derselben eben diese Zahl noch einmal, und noch ein halbes Mal hinzu gesetzt, und dadurch die Zahl 30 erhalten. Welche Zahl ist es? Antw. Die Zahl 12.

„Es wurde Augusten, der sich etwas Geld gesammelt hatte, ein Stück Waare für 45 Thaler zum Verkauf angeboten. August sagte: Wenn ich noch einmal und ein halbes mal so viel Thaler hätte, als ich mir gesammelt habe, so würde ich die Waare augenblicklich kaufen. Allein bey meinem gegenwärtigen Geldvorrathe muß ich das Anerbieten ausschlagen. Wie viel Thlr. hatte sich August gesammelt? Antw. 18 Thlr.

Wenn die Schüler in dergleichen Aufgaben hinlänglich vom Lehrer geübt worden sind, so kann er ihnen Exempel folgender Art vorlegen:

„Jemand sagte: wenn ich hätte noch 1 mal, $\frac{1}{2}$ mal, und $\frac{1}{4}$ mal so viel Steine, als ich in meiner Steinsammlung habe, so würde ich just 99 Stück haben. Wie viel Steine hatte er also nur? Antw. 36.

Nachdenken dabey.

1 Mal und noch 1 Mal und $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ Mal sind zusammen $2\frac{3}{4}$ Mal. $2\frac{3}{4}$ sind $\frac{11}{4}$. 11 steckt in 99, 9 mal, und $9 \times 4 = 36$. Es ist gut, wenn der Lehrer seinen Schüler auf den Fall mit $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ nicht erst vorbereitet. Er kann dadurch erfahren, ob sich der Rechenschüler selbst zu helfen weiß. Trifft er die richtige Zahl, so wird es ihm ungleich mehr Vergnügen machen; und trifft er sie nicht, so ist es jezt eben auch noch Zeit genug, ihm auf die rechte Bahn zu helfen. $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ betragen nehmlich zusammen $\frac{3}{4}$.

„Fritz war neugierig. Er hatte eine Schwester, die seine Neugierde durchaus nicht leiden konnte. Einsmals, als er in seiner Schwester Stube eine Schachtel mit Haarnadeln stehen sahe, so fragte er sie: wie viel Stück Nadeln hast du in dieser Schachtel? Seine Schwester, welche ihn nicht belügen, aber auch seine Neugierde nicht befriedigen wollte, sprach: lieber Bruder; wenn ich hätte noch ein Mal und $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{8}$ soviel, als in dieser Schachtel liegen, so würde ich ihrer 84 Stück beysammen haben. Kannst du es nun ausrechnen, so wird deine Neugierde befriedigt seyn. Aber Fritz konnte dieses leider nicht. Allein wie wirds mit euch stehen, lieben Kinder, werdet ihr mirs wohl sagen können, wie viel Nadeln in der Schachtel lagen? Antw. 32.

Berechnung.

1 Mal, und noch 1 Mal, und noch $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{8}$ Mal, sind zusammen $2\frac{5}{8}$ Mal. $2\frac{5}{8}$ sind $\frac{21}{8}$, 21 steckt in 84, 4 mal, und $4 \times 8 = 32$.

„Kinder, die ihr hier auf dieser Bank sitzet, denket euch jedes eine Zahl aus, und nehmet sie dann noch 1 mal, und $\frac{1}{2}$ mal, und $\frac{1}{4}$ mal. Ihr Kinder, auf dieser Bank, lasset euch die Zahlen, die sie gefunden haben, sagen, und

untersuchet dann, welche Zahlen sie sich ausgedacht haben. Gefundene Zahlen: 33. 44. 11. 22. Ausgedachte Zahlen; 12. 16. 4. 8.

Man kann zu einem auf die jetzt beschriebene Art gefundenen Produkte auch noch eine oder mehrere andre beliebige Zahlen addiren. Z. B., „wenn ich hätte, sprach Karl, noch ein Mal, $\frac{1}{2}$ Mal und $\frac{1}{4}$ Mal so viel Thaler, als ich wirklich habe, und noch außerdem 4 und 3 Thaler dazu, so würde ich just 73 Thaler haben. Zieht der Rechenschüler diese hinzu gesetzten beliebigen Zahlen, 4 und 3, von der 73 ab, so ist er keinesweges gefährtet, einen falschen Quotienten zu finden. Man muß indessen dem Rechenschüler dieses Verfahren nicht voraus bekannt machen, damit er über die Sache erst selbst nachdenke, und man erfahre, ob er sich zu helfen weiß. Ich will einige Aufgaben der Art hier ansetzen.

„Jemand sagte: Hätte ich in meinem Garten noch einmal so viel Bäume, und $\frac{1}{2}$ mal so viel, und noch 6 Stück dazu, so würde ich eben so viel Stück als mein Nachbar haben, der in seinem Garten 126 zählt. Wie viel Bäume hatte er also nur? Antw. 48 Stück.

Berechnung.

126 — 6 = 120. 120 dividirt durch $2\frac{1}{2}$ giebt 48.

„Zwey Rechenschüler, welche oft mit einander nach den Schulstunden spatzieren giengen, kamen einstmals auf ihrem Spatziergange an einen Garten, welcher mit einer Mauer umgeben war. Laß uns, sprach der Eine zu dem Andern, untersuchen, wie lang diese Garten-Mauer sey. Der Andre versetzte: Wohl, aber wir wollen jeder eine Seite umschreiten, und die gefundenen Schritte dann in ein Exempel einkleiden, damit wir auch zugleich eine Uebung im

Rechnen dabey haben. Als sie beyde die auf der einem Seite in eine Krümmung laufende Mauer bis an das festgesetzte Ziel umschritten hatten, und nun zusammenstießen, so sprach der Eine: Hätte ich noch einmal so viel, und halb so viel Schritte gezählt, und endlich noch 3 mal 8 dazu, so würde die Länge meines umschrittenen Stücks von der Mauer 524 Schritte seyn. Der Andere sprach: und wenn ich im Gegentheil noch einmal und noch ein halbes Mal so viel Schritte, und noch 2 mal 2 dazu um mein Stück von der Mauer hätte machen müssen, so würde ich 754 Schritte gezählt haben. Wie viel Schritte im Umfange hielt die ganze Mauer? Antw. 500 Schritte.

Berechnung.

$524 - 24 = 500 : 2\frac{1}{2} = 200$ und $754 - 4 = 750$. $750 : 2\frac{1}{2} = 300$. Also $200 + 300 = 500$.

„Jemand hatte ein Haus verkauft. Das dafür erhaltene Geld legte er zu einem Lotterie-Gewinnste, und verlieh sodann das ganze Kapital mit 4 p. C., wodurch er am Ende des Jahrs 36 Thlr. Interessen erhielt. Ein guter Freund fragte ihn, wie viel er in der Lotterie gewonnen hätte? Er sprach: Hätte ich gewonnen noch einmal, und ein halbes mal so viel, als ich wirklich gewonnen habe, so würden es just 1000 Thaler gewesen seyn. Es fragt sich nun, wie theuer hatte er sein Haus verkauft? Antwort: Um 500 Thaler.

Erläuterung.

Aus den erhaltenen Interessen seines mit 4 p. C. ausgeliehenen Kapitals ersiehet man, daß sein ganzes Kapital 900 Thlr. war. Aus der Antwort, die er dem Freunde gab, erhellet, daß er 400 Thlr. in der Lotterie gewonnen hatte. Also mußte er sein Haus für 500 Thlr. verkauft haben. Exempel der Art sind besonders eine schöne Verstandesübung für den Rechenschüler.

Wenn man angeben soll, um wie viel mal größer eine Zahl als die andere, oder der wie vielste Theil eine kleinere Zahl aus der größern sey, so muß die Anzeige durch die Division gesucht werden. Man muß nehmlich mit der kleinern Zahl in die größere dividiren. Der Quotient entdeckt sodann das zu wissen Begehrte. Z. B., „wie viel mal ist 3 in 12 enthalten?“ Also 3 in 12 dividirt, giebt 4. Die Zahl 12 ist also 4 mal so groß als die Zahl 3. Wenn man die Zahl 12 in lauter Dreyen zerlegt, und die 3 noch dazu fügt, so hat man jetzt 5 Dreyen, und mithin auch 5 gleiche Theile.

Hat der Lehrer seinem Rechenschüler dieses recht begreiflich gemacht, so kann er ihn mehrere Zahlen auf diese Art zerlegen lassen, doch aber immer mit der Rücksicht, daß die kleinere Zahl in der größern allemal ohne Rest enthalten, und die kleinere zugleich der Maaßstab ist, nach welchem die größere getheilt werden muß. Zum Beyspiel, 8 und 4 sind 3 Vieren zusammen. 18 und 6 sind 4 Sechsen zusammen. 900 und 300 sind 4 Dreyhunderter zusammen, und müssen daher auch in dieser Zusammenstellung und Verbindung als 4 gleiche Theile betrachtet werden. Auf diese Vorbereitung wird nun, wie mich dünkt, die sogenannte Gesellschaftsrechnung, so weit sie sich nehmlich beym Kopfrechnen ausdehnen läßt, sehr leicht gegründet werden können.

Ein Gewinn oder Verlust, den zwey oder mehrere Partheyen im Einkauf oder Verkauf gemeinschaftlich mit einander haben, wird, wenn nicht besondere Bedingungen dazwischen kommen, gewöhnlich nach dem Verhältniß der Einlage einer jeden Parthey berechnet, und mithin auch darnach vertheilt. Hat zum Beyspiel eine Parthey dreymal mehr als die andere eingelegt, so muß sie

auch von einem erworbenen Gewinn dreymal mehr als die andere erhalten, und so auch gegenseitig bey einem erlittenen Schaden dreymal mehr als die andere verlieren. Sind nun die Einlagen einer jeden Parthey nach ihrem Verhältnisse bekannt, so kann man gar leicht durch Anwendung der Division entdecken, wie viel vom ganzen Quantum des Gewinns oder Verlustes einer jeden Parthey dem Verhältniß ihrer Einlage gemäß, zukomme. Hätte z. B. A. 200 Thlr. und B. 100 Thlr. gelegt, so sieht man augenscheinlich, daß A. zwey Theile vom Gewinn bekommen muß, und B. nur einen Theil erhalten kann. Das Verhältniß der Einlage einer jeden Parthey wird nun der Rechenschüler, wenn ihm die Einlagen bekannt gemacht werden, nach der vorhergegangenen obigen Vorbereitung und Uebung dazu, augenblicklich finden können. Giebt man ihm noch die Anweisung, daß er den Gewinn oder Verlust der zusammen getretenen Partheyen nach eben diesem Verhältnisse, in welchem sie eingelegt haben, eintheilen muß, so wird er Aufgaben aus dieser Rechnung mit wenig Mühe berechnen lernen. Ich will einige solcher Aufgaben hier ansetzen.

Aufgaben.

„A. und B. haben zusammen gelegt. A. 600 Thlr. und B. 300 Thlr. Sie haben mit diesem zusammen gelegten Gelde 124 Thlr. gewonnen. Wie viel Thaler vom Gewinn muß B. erhalten?

Nachdenken dabey.

A. hat 600 und B. 300 gelegt. Da also die Einlage aus 3 gleichen Theilen besteht, so muß folglich auch der

Gewinn in 3 gleiche Theile getheilt werden. 124 : 3 = 41⅓ Weil nun B. nur einen solchen gleichen Theil gelegt hat, so kann er auch vom Gewinn nicht mehr als einen Theil, d. i. 41⅓ Thlr. bekommen.

„A. B. und C. haben zusammen gelegt. A. hat 400 Thlr., B. 200 Thlr., und C. eben so viel als B. gelegt. Nach Verlauf eines Jahres hatten sie 464 Thlr. gewonnen. Wie viel muß C. von diesem Gewinn erhalten? Facit 116 Thlr.

„A. und B. hatten in ihrer Handlung 124 Thlr. verloren. Da A. 600 und B. 1800 Thlr. gelegt hatte, so fragt sichs, wie viel A. nach Abzug des Verlustes von seinen 600 Thalern wieder bekommen mußte? Antwort 569 Thaler.

Wenn d.e Kinder dergleichen Aufgaben fertig und richtig ausrechnen können, so können ihnen Aufgaben der Art vom Lehrer vorgelegt werden.

„Ein Kaufmann zog ein Kapital ein, welches er mit 4 p. C. zwey Jahre lang verliehen, und dafür 16 Thlr. Interessen bekommen hatte. B. legte zu diesem Kapital so viel Thlr. dazu, daß sie eine Küste seidene Waaren, welche 600 Thlr. kostete, kaufen konnten. Sie verkauften diese Waaren einzeln, und lößten daraus 672 Thlr. Es fragt sich nun, wie viel Thlr. B. dem Kaufmann von dem erworbenen Gewinn zustellen mußte? Antw. 24 Thlr.

„Heinrich erbte in seinem 16ten Jahre 400 Thlr. Sein Vormund verlieh dieses Geld mit 5 p. C., und hob ihm die jährlichen Interessen sorgfältig auf. Als Heinrich das 21ste Jahr zurück gelegt hatte, so zog er sein Kapital ein, und erhielt von seinem Vormund auch zugleich die sämmtlichen Interessen mit dazu. Karl beredete ihn, sein Kapital und Interessen mit seinem eigenen Kapitale zusammen zu legen. Heinrich that es, und nun kauften sie Waaren ein, woran

sie in kurzer Zeit 100 Thaler profitirten. Heinrich erhielt auf seinen ihm zugehörigen Antheil vom Gewinn 500 Thlr. Es fragt sich nun: wie viel hatte Karl zu Heinrichs Kapitale hinzugelegt? Antw. 500 Thlr.

„Fritz erbte eine ansehnliche Anzahl Thaler. Die Hälfte derselben Thaler legte er in Ferdinands Handlung; $\frac{1}{4}$ schenkte er seinen Geschwistern, und endlich für 200 Thlr. kaufte er einen Garten. Nach Verlauf von 12 Monaten waren in der Handlung, worinn Ferdinand selbst 1200 Thlr. liegen hatte, 240 Thaler gewonnen worden. Wie viel Thaler vom Gewinn mußte Fritz erhalten? Antwort. 60 Thaler.

„Drey Freunde schossen Geld zusammen, und kauften dafür eine Wiese. A hatte nur ein halb Mal so viel dazu gelegt als B, und C. hatte noch einmal so viel als B. gelegt. Das Geld, welches C. gelegt hatte, war ihm in einer Erbschaft zugefallen, die sich auf 1200 Thlr. belief, und in 3 gleiche Theile getheilt worden war, wovon er einen Theil erhalten hatte. Auf der Wiese wurde im ersten Jahre für 35 Thaler Heu gemacht. Wie viel Thaler mußte A. davon auf seinen Antheil bekommen? Antwort. 5 Thaler.

„August hatte sich einen Thaler mehr als Wilhelm verdient. August verwendete die Hälfte und einen halben Thaler seines Geldes auf Bücher. Drey Thaler lieh er seinem Freunde, und 9 Thlr. endlich gab er seiner kranken Mutter. Wilhelm legte sein verdientes Geld mit Friedrichen, welcher sich 48 Thlr. gesammelt hatte, zusammen, und beyde kauften sich ein Stück seidenes Zeug, woran sie den 9ten Theil von ihrer gemeinschaftlichen Einlage beym Verkaufe profitirten. Wie viel mußte Wilhelm vom Gewinn bekommen? Antw. 2 Thlr. 16 Gr.

Ehe der Lehrer seine Schüler mit der Regel de tri bekannt macht, so wird er, wie mich dünkt, sehr wohl

thun, wenn er zuvor noch einige Stunden auf die Wiederholung der sämmtlichen vier Grundrechnungen verwendet, und ihnen zu dem Ende Exempel aufgiebt, in welchen die vier Grundrechnungen in Verbindung mit einander vorkommen. Es muß dabey auch ganz vorzüglich auf die im Kapital vom Addiren entworfenen Tabellen Rücksicht genommen werden, weil die genauste Bekanntschaft mit ihnen bey den Uebungen in der Regel de tri vorausgesetzt wird. Ich will einige Aufgaben der Art hier ansetzen.

Aufgaben.

„Anton hatte sich 11 mal 36 Thlr. und 96 Gr. binnen 4 Jahren verdient. Von diesem Gelde setzte er die Hälfte auf Interessen mit 4 p. C. drey Jahre lang. Zu den davon erhaltenen Interessen legte er noch 3 Thlr. und 33 Thlr., und kaufte sich für 59 Thlr. 18 Gr. 8. Pf. Waaren. Wie viel blieb davon jetzt noch ihm von seinen Interessen übrig? Antwort, 5 Gr. 4 Pf.

„Wenn ich mein Geld, sprach Karl, zu lauter Groschen mache, und noch einmal so viel Groschen dazu lege, und 5 Thlr. wieder davon weggebe, so bleiben mir noch 288 Pfennigel übrig. Wie viel hatte Karl Geld? Antwort. 3 Thaler.

„Karl hatte 72 Zehnkreuzer; Wilhelm halb so viel Thaler, als Karls Zehnkreuzer Thaler betrugen; August besaß eben so viel Thaler als beyde zusammen hatten; und Fritz hatte 18 halbe Gulden. Sie legten ihr Geld zusammen, und schickten es drey abgebrannten Familien. Diese theilten das Geschenk in gleiche Theile; wie viel Gr. erhielt dadurch jede Familie? Antw. 240 Gr.

„Wer unter euch kann mir sagen, wie viel $\frac{3}{4}$ Thlr. und 72 Pfennige, und 3 Gulden, und 72 Groschen Thaler machen, wenn man vorher $\frac{5}{8}$ Thlr. und 9 Groschen davon abgezogen hat? Antw. 5 Thaler.

„Jemand hatte 11 Centner Waare, und zwar den Centner für 25 Thlr. verkauft. Er legte zu diesem daraus gelößten Gelde noch 13 Thlr., 16 Thlr., und 144 Groschen. Sein Bruder besaß ein Kapital, das just noch einmal so groß war. Sie legten beyde ihr Geld zusammen, und kauften dafür ein Haus. Aus diesem Hause zogen sie jährlich Miethzinß 6 Thlr., 18 Thlr., 24 Thlr und 12 Thlr. Wie viel Thlr. mußte jeder nach dem Verhältniß seiner eingelegten Kaufgelder vom Miethzinß bekommen? Antw. Der Erste 20 Thlr., und sein Bruder 40 Thlr.

„Ferdinand hatte $2\frac{3}{4}$ Thlr., 72 Pfennige, 15 Groschen, $\frac{3}{8}$ Thlr., 36 Zehnkreuzer, 3 Gulden, und 8 Mfl. gesammelt. August besaß 120 Groschen weniger wie Ferdinand Für den dritten Theil seines Geldes kaufte sich August ein Reißzeug. Den achten Theil, von dem Gelde, was er jetzt noch übrig hatte, schenkte er einem dürftigen Freunde. Als er sich zu dem übrigen Gelde noch einmal so viel verdient hatte, so kaufte er sich eine Uhr, welche 16 Thlr. kostete. Es fragt sich nun, wie viel blieb er auf diese Uhr schuldig, wenn er sein sämmtliches Geld dem Verkänfer überließ? Antw. 2 Thaler.

„Nehmet $\frac{8}{9}$ Thlr. neunmal; leget dazu 100 mal $\frac{3}{4}$ Thlr.; setzet noch zur Summe 7 Thlr., 9 halbe Gulden, 144 Gr. und 9 Zehnkreuzer. Nehmet wieder hinweg den 4ten Theil dieser ganzen Summe, und ferner von dem Reste, der euch noch übrig geblieben ist, 67 Thlr. Wie viel Thaler habt ihr jetzt noch übrig? Antw. Die 8 Thaler, welche wir gleich anfänglich hatten.

„Suchet den 11ten Theil von 363 Thalern. Nehmet davon hinweg 72 Groschen. Leget zum Reste noch einmal

so viel Thaler. Wenn ihr nun gerade 100 Thaler haben wolltet, wie viel mal 10 Thaler müßtet ihr zum gefundenen Produkte noch hinzu setzen? Antwort 4 mal 10 Thaler.

„Jetzt Kinder, will ich ein Exempel aufgeben. Wenn ich einige Sätze davon werde diktirt haben, so sollst du Karl, es fortsetzen. Gieb aber wohl Acht, daß du richtig anschließest. L. — Nehmet 36 Thlr. $11\frac{1}{9}$ mal; ziehet vom gefundenen Produkte den 4ten Theil ab. Leget zum Reste noch einmal so viel Thaler. — Nun Karl, fahre du fort. — K. — Setzet das ganze Geld auf Interessen mit 5 pro C. Nehmet von den Interessen die Hälfte wieder weg. Die noch übrigen Thaler verwandelt in halbe Gulden, und sagt sodann, wie viel halbe Gulden ihr gefunden habt? Antw. 45 halbe Gulden.

„Saget mir, wie viel 300 Dreyer; $\frac{5}{8}$ Thlr.; 24 Mfl., und 120 Groschen noch Pfennige übrig lassen, wenn ihr 4 mal 7 Thaler und 9 Zehnkreuzer davon abgezogen habt? Antw. 288 Pfennige.

„Dividirt mit 2 in $3\frac{1}{2}$ Thlr. Setzet zum gefundenen Quotienten 72 Pfennige. Nehmet die erhaltene Summe $9\frac{1}{2}$ Mal, addirt zum Produkt 288 Pfennige. Ziehet davon ab $16\frac{1}{2}$ Thaler. Wie viel bleibt noch übrig? Antwort. $3\frac{1}{2}$ Thaler.

„Nehmet von 100 Thlr. den 10ten Theil hinweg. Dividirt den Rest mit 9. Ziehet den gefundenen Quotienten zweymal davon ab. Verwandelt die euch übrig gebliebenen Thaler in Zehnkreuzer. Wie viel Stück Zehnkreuzer habt ihr erhalten? Antw. 630 Zehnkreuzer.

„Setzet zu $\frac{3}{4}$ Thlr. 6 Gr.; $\frac{5}{8}$ Thlr. 9 Gr.; $\frac{5}{9}$ Thlr. 10 Gr. 8 Pf. Dividiret in die erhaltene Summe mit 4. Ziehet vom gefundenen Quotienten 10 Gr. und 36 Pf. ab. Nehmet vom Rest noch 60 Pfennige hinweg. Wie viel bleibt jetzt noch übrig? Antw. Nichts.

Zweyte Abtheilung.

Von der Regel de tri.

Es ist wol keinem Zweifel unterworfen, daß der Rechenschüler Aufgaben aus der Regel de tri richtiger beurtheilen, und ausrechnen wird, wenn ihn der Lehrer diese Regel selbst finden und bilden läßt, als wenn der Lehrer sich bloß damit begnügt, ihm die Anweisung zu geben, wie man zu 3 gegebenen Proportionalzahlen die 4te richtig finden könne. Im letzten Falle bleibt der Schüler ein bloßer Nachbeter, geräth, weil sich das blos Gehörte sehr leicht wieder vergessen läßt, sehr oft in die sichtbarste Verlegenheit, und tappt in einer stetem Finsterniß herum, weil er nicht weiß, was es mit dieser erhaltenen Anweisung für eine Bewandniß hat, und auf welchen Gründen sie beruht. Dahero ist es allerdings nöthig, daß man in einer katechetischen Unterredung den Rechenschüler auf die Erfindung dieser Regel und ihre Anwendung hinleite.

Katechetische Unterredung über die Regel de tri.

Lehrer. Wenn ich mir eine Semmel kaufen wollte, wie viel Pfennige brauchte ich dazu, A.?

A. Drey Pfennige.

L. Wollte ich aber 2 Semmeln haben, wie viel Pfennige würde ich dazu nöthig haben?

A. 6. Pfennige.

L. Hat mir dein Mitschüler richtig geantwortet, B?

B. Ja, er hat Ihnen richtig geantwortet.

L. Woraus kannst du mir das beweißen?

B. Wenn eine Semmel 3 Pfennige gilt, so müssen zwey Semmeln zwey mal 3 Pf. d. s. 6 Pf. kosten.

L. Allerdings: denn wer von einer Sache noch einmal so viel verlangt, der muß auch noch einmal so viel bezahlen.

Wenn Jemand die Elle von einem Stücke Leinwand dir für 8 Gr. böte, wie viel Ellen müßte er von diesem Stücke Leinwand dir abschneiden, wenn du ihm 16 Groschen bezahltest, C.?

C. 2 Ellen.

L. Und warum denn 2 Ellen?

C. Weil 16 Groschen noch einmal so viel als 8 Groschen sind.

L. Hat dein Mitschüler richtig geantwortet, D.?

D. Ja, er hat richtig geantwortet.

L. Beweiße mirs.

D. Wenn 1 Elle Leinwand nur 8 Groschen gilt, so muß man für 2 mal 8 Gr. d. s. 16 Gr. nothwendig 2 Ellen bekommen.

L. So ist es, denn wer noch einmal so viel bezahlt, als eine Sache gilt, der muß von dieser Sache auch noch einmal so viel für sein gezahltes Geld bekommen.

Wie nennt man im gemeinen Leben dasjenige, was eine Sache gilt, und wofür sie verkauft wird, E.?

E. Den Preiß der Sache.

L. Was sind dahero die 3 Pf. und die 6 Pf. und die 8 Gr. und die 16 Gr. von den oben erwähnten Waaren?

E. Ihre Preiße.

L. Wie fingst du's an, A als du mir vorhin den Preiß der 2 Semmeln ausrechnen solltest?

A. Ich nahm den Preiß, den 1 Semmel hat, doppelt.

L. Und durch dieses Verfahren fandest du richtig den Betrag der 2 Semmeln.

Aber wie wolltest du's nun wol anfangen, wenn du mir jetzt den Preiß von 8 Semmeln richtig sagen solltest.

A. Ich muß den Dreyer, welchen 1 Semmel kostet, 8 mal nehmen.

L. Und warum denn 8 mal?

A. Weil 8 Semmeln 8 mal mehr als 1 Semmel sind, so müssen 8 Semmeln auch 8 mal mehr als 1 Semmel gelten.

L. Sehr richtig; denn wer von einer Sache 8 mal mehr verlangt, der muß auch 8 mal mehr dafür bezahlen.

Aber wie fingst du es an, E. als du mir vorhin ausrechnen solltest, wie viel du Ellen Leinwand für 16 Groschen bekommen müßtest, wenn 1 Elle von dieser Leinwand 8 Gr. kostet?

E. Weil 16 Gr. zweymal 8 Gr. sind, so muß ich 1 Elle auch zweymal nehmen.

L. Und durch dieses Verfahren fandest du also richtig die Zahl der zu wissen verlangten Ellen. Aber wie würdest du es wol anfangen, wenn ich von dir zu wissen begehrte, wie viel man Ellen von dieser Leinwand für 32 Groschen erhalten müßte?

C. Ich würde 1 Elle jetzt 4 mal nehmen.

L. Und warum 4 mal?

C. Weil 32 Gr. 4 mal 8 Gr. sind, so muß ich auch für 32 Gr. viermal so viel Ellen als für 8 Gr. erhalten.

L. Sehr richtig: denn wer viermal so viel bezahlt, als eine Sache gilt, der muß auch von dieser Sache 4 mal so viel für sein gezahltes Geld bekommen *).

Lasset uns nun jetzt l. K. aus dem Verfahren eurer beyden Mitschüler zwey Regeln bilden, an die ihr euch künftig bey solchen Aufgaben halten, und wornach ihr sie richtig ausrechnen könnet.

Wenn man ein Stück, Maas, oder Gewicht von irgend einer Sache oder Waare, nebst seinem Preiße angezeigt bekommt, so kann man den Preiß von mehrern Stücken dieser Waare, so bald die Anzahl derselben angegeben wird, sehr leicht und richtig ausrechnen. Wie nehmlich, G.?

G. Man muß

*) Die Preiße oder Werthe der Dinge verhalten sich zu einander eben so, wie die Dinge selbst sich zu einander verhalten; und umgekehrt: Die Dinge verhalten sich zu einander eben so, wie ihre Preiße oder Werthe sich zu einander verhalten.

erstens untersuchen, wie viel mal das mit seinem Preiße angezeigte Stück in der Anzahl derjenigen Stücke, deren Preiß gefunden werden soll, enthalten ist: und dann

zweytens den Preiß des angezeigten Stücks nun so viel mal nehmen, als die Zahl dieses Stücks in der Anzahl derjenigen Stücke, deren Preiß gefunden werden soll, enthalten war.

L. Richtig; denn just so verfuhr A. als er mir vorhin ausrechnen mußte, wie viel ich Pfennige für 8 Semmeln zu bezahlen hätte.

Er untersuchte erst, wie viel mal 1 Semmel in 8 Semmeln enthalten war, und nahm sodann den Preiß der Semmel, (die 3 Pfennige) auch 8 mal.

Wenn man 1 Stück, oder Maas, oder Gewicht irgend einer verkaufbaren Sache nebst seinem Preiße angezeigt bekommt, und es würde zu wissen verlangt, wie viel man Stücke von dieser Sache, für irgend eine andere angegebene Summe, bekommen müßte, so läßt sich dieses ebenfalls sehr leicht und richtig ausrechnen. Wie nehmlich F.?

F. Man muß

erstens untersuchen, wie viel mal der Preiß des angezeigten Stücks der Waare, in der Summe, die gegeben worden ist, enthalten sey: und dann

zweytens die gefundne Zahl eben so viel mal nehmen, als die Zahl des angezeigten Stücks Einheiten hat:

L. Richtig; denn just so verfuhr C. als er mir vorhin ausrechnen mußte, wie viel Ellen man für 32 Gr. bekomme, von einem Stücke Leinwand, wovon die Elle 8 Gr. gilt.

Er untersuchte erst, wie viel mal 8 Gr. in 32 Gr. enthalten sind, und nahm sodann die gefundne Zahl 4 eben so viel mal, als 1 Elle Einheiten hat.

Lasset uns jetzt lieben Kinder noch einige Aufgaben der Art zur Uebung mit einander durchgehen und ausrechnen.

Wenn 1 Pfd. Zucker 9 Gr. gilt, wie viel Groschen müssen da 8 Pfd. von diesem Zucker kosten, H.?

H. 1 Pfd. Zucker ist in 8 Pfd. Zucker 8 mal enthalten: folglich müssen 8 Pfd. Zucker, 8 mal 9, d. i. 72 Gr., kosten.

L. Richtig: Jetzt rechne du mir noch ein Exempel der Art aus. J.

Wenn 1 Elle Tuch 4 Thlr. gilt, wie viel Thlr. müssen da 6 Ellen von diesem Tuche kosten?

J. 1 Elle Tuch ist in 6 Ellen Tuch 6 mal enthalten: folglich müssen 6 Ellen Tuch, 6 mal 4, d. i. 24 Thlr. gelten.

L. Auch richtig. Jetzt rechne du K. eine Aufgabe aus, wobey die zweyte Regel, die wir vorhin gebildet haben, angewendet werden muß.

Wenn 1 Elle Band 3 Gr. gilt, wie viel Ellen von diesem Bande muß man für 18 Gr. erhalten?

K. 3 Gr. sind in 18 Gr. sechs mal enthalten; folglich muß ich für 18 Groschen sechs mal 1 Elle, d. i. 6 Ellen, von diesem Bande bekommen.

L. Richtig. Rechne nun auch du L. noch eine solche Aufgabe aus.

Wenn 1 Kanne Wein 12 Gr. kostet, wie viel Kannen von diesem Weine muß ich für 96 Groschen bekommen?

L. 12 Gr. sind in 96 Gr. 8 mal enthalten: folglich muß ich für 96 Groschen 8 mal 1 Kanne, d. h. 8 Kannen bekommen.

Anmerkungen.

1. Es wird sehr nützlich seyn, wenn der Lehrer, ehe er weiter geht, einen jeden seiner Rechenschüler ein Paar Aufgaben der Art ausrechnen, und ihn bey jeder Aufgabe das Nachdenken darüber genau und bestimmt abfassen läßt.

2. Auch ist es gut, wenn der Lehrer zuweilen die Schüler selbst dergleichen Aufgaben erfinden und diktiren läßt, und wenn der Diktirer den Ausrechner sich die Richtigkeit des Verfahrens beweißen läßt.

3. Der Lehrer kann auch, weil die Schüler in dem vorigen Abschnitte mit gebrochnen Zahlen rechnen gelernt haben, in diese Aufgaben Brüche mit einmischen. Z. B.

Wenn 1 Elle $4\frac{1}{2}$ Thlr. gilt, wie viel Thlr. müssen da 8 Ellen kosten?

oder;

Wenn 1 Pfd. $3\frac{1}{4}$ Gr. gilt, wie viel Gr. müssen denn $4\frac{1}{2}$ Pfd. kosten?

oder;

Wenn Jemand 1 Elle Tuch für $2\frac{1}{2}$ Thlr. geboten wird, wie viel Ellen von diesem Tuche müßte er für 10 Thlr. bekommen?

oder;

Wenn 1 Pfd. Kaffe $9\frac{1}{2}$ Gr. gilt, wie viel Pfd. muß man da für $28\frac{1}{2}$ Gr. bekommen?

Fortsetzung.

L. Rechne mir einmal folgende Aufgabe aus A.

Wenn 1 Pfund Toback 6 Groschen gilt, wie viel Groschen müssen da 8 Pfund von diesem Toback kosten?

A. 8 Pfund sind 8 mal so viel als 1 Pfund, folglich müssen 8 Pfund auch 8 mal 6 Gr., d. i. 48 Gr. gelten.

L. Ist das richtig, B?

B. Ja, es ist richtig.

L. Aber würde es denn auch richtig seyn, wenn ich ihm die Aufgabe so diktirt hätte?

Wenn 2 Pfund Toback 6 Groschen gelten, wie viel Groschen müssen da 8 Pfund von diesem Toback kosten?

B. Nein, da würde es nicht richtig seyn.

L. Und warum nicht?

B. Weil Sie statt 1 Pfd. Toback jetzt 2 Pfd. gesetzt haben.

L. Wenn 2 Pfd. Toback 6 Gr. gelten sollten, wie viel Gr. würde da 1 Pfd. kosten? C.

C. Die Hälfte von 6 Gr. nehmlich 3 Gr.

L. Allerdings. Aber wirst du mir nun wol jetzt sagen können, wie man es angreifen müßte, wenn man die letzte Aufgabe auszurechnen bekäme, und sie richtig ausrechnen wollte?

Man muß sagen: wenn 2 Pfd. Toback 6 Gr. gelten, so kostet 1 Pfd. von diesem Toback 3 Gr. Es gelten also 8 Pfd. acht mal 3 Gr., d. s. 24 Groschen.

L. Recht so. Merket euch dieses Verfahren, lieben Kinder und richtet euch darnach, wenn ihr dergleichen Aufgaben auszurechnen bekommet, dann werdet ihr das Facit gewiß allemal richtig finden.

Wenn euch nehmlich mehrere Stücke mit ihrem Preiße im Ganzen angegeben werden, so müsset ihr allemal erst den Preiß des einzelnen Stücks suchen.

Und wodurch kann dieser Preiß gefunden werden, D?

D. Dadurch, daß man mit der Zahl der angegebnen Stücke in die Zahl ihres sämmtlichen Preißes hinein dividirt.

L. Und was entdeckt dann der gefundne Quotient?

D. Den Preiß, welchen 1 Stück gilt.

L. Lasset uns jetzt zur Uebung noch einige Exempel der Art ausrechnen, l. K.

Wenn 4 Pfd. Lichter 28 Groschen gelten, wie viel Groschen müssen da 9 Pfund von diesen Lichtern kosten?

Rechne du mir dieses Exempel aus, E.

E. Wenn 4 Pfd. 28 Gr. gelten, so gilt 1 Pfd. 7 Gr. und so müssen also 9 Pfd., neun mal 7, d. s. 63 Groschen gelten.

L. Hat dein Mitschüler richtig gerechnet, F.?

F. Ja, er hat richtig gerechnet.

L. Nun so rechne auch du mir ein Exempel der Art so richtig wie dein Mitschüler aus, F.

Wenn 3 Ellen Leinwand 18 Gr. gelten, wie viel Groschen müssen also 12 Ellen von dieser Leinwand kosten?

F. Wenn 3 Ellen 18 Gr. gelten, so gilt 1 Elle den dritten Theil von 18 Gr., also 6 Gr. und 12 Ellen müssen also 12 mal 6 Gr., d. i. 72 Gr. gelten.

L. Lasset uns jetzt sehen, lieben Kinder ob wir dergleichen Aufgaben nicht auch auf einem andern Wege richtig ausrechnen könnten.

Sage mir noch einmal dein vorhin ausgerechnetes Exempel an, C.

C. Wenn 2 Pfund Toback 6 Groschen gelten, wie viel Groschen müssen da 8 Pfd. von diesem Toback kosten?

L. Welches war deine gefundne, und zwar richtig gefundne Zahl?

C. 24 Groschen.

L. Wie viel man sind denn 2 Pfund Toback in 8 Pfund enthalten?

C. 4 mal.

L. Wer also 8 Pfd. Toback kauft, erhält?

C. 4 mal so viel als der, welcher 2 Pfd. von diesem Toback kauft.

L. Wer 2 Pf. kauft, muß 6 Gr. bezahlen. Wie viel wird also der bezahlen müssen, der sich 4 mal so viel davon kauft?

C. Viermal so viel, nehmlich 4 mal 6 gr.

L. Und das sind?

C. 24 Groschen.

L. Sehet hieraus, l. K. daß man dergleichen Aufgaben auch noch auf einem andern Wege richtig ausrechnen kann; denn auch hier wurden die 24 Groschen als das richtige Facit der 8 Pfd. Toback, gefunden.

Merket euch nun auch dieses Verfahren, denn es kommen oftmals Exempel vor, die auf diesem Wege schneller und mit weniger Mühe als auf dem vorigen ausgerechnet werden können.

Wenn euch nehmlich mehrere Stücke mit ihrem gesammten Preiße angegeben werden, so dürfet ihr nur mit der Zahl dieser Stücke in die Anzahl derjenigen hinein dividiren, deren Preiß berechnet werden soll, und sodann den gefundnen Quotienten so viel mal nehmen, als die Zahl des angezeigten Preißes jener Stücke Einheiten hat. Das Produkt giebt euch dann das richtige Facit.

Anmerkung. Der Lehrer muß die Schüler auf die Bemerkung leiten, daß dieser Weg kein andrer, als derselbe ist, den sie aus der vorigen Unterredung kennen lernten. Dort wurde eben so wie hier mit dem ersten Gliede ins dritte dividirt, und der gefundne Quotient mit dem mittlern Gliede multiplicirt. Nur daß hier das erste Glied mehrere Einheiten enthält, ist bey der Operation der einzige Unterschied.

L. Lasset uns jetzt zur Uebung noch einige Aufgaben auf diesem lezten Wege ausrechnen.

Wenn 3 Pfd. Fleisch 11 Gr. gelten, wie viel Groschen müssen da 9 Pf. von diesem Fleische kosten? Rechne du mir dieses Exempel aus, A.

A. 3 Pfund sind in 9 Pfund drey mal enthalten —

L. Oder wie könntest du auch anders sagen?

A. 9 Pfd. sind 3 mal so viel als 3 Pfd.

L. Richtig: nun fahre weiter fort.

A. Dahero müssen 9 Pfd. auch 3 mal so viel als 3 Pfd., also 3 mal 11 Groschen d. s. 33 Groschen gelten.

L. Richtig; rechne du mir noch eine Aufgabe der Art aus, B.

Wenn 5 Pfund Fische 7 Gr. gelten, wie viel Groschen müssen da 15 Pfund von diesen Fischen kosten?

B. 5 Pfd. sind in 15 Pfd. drey mal enthalten: also müssen 15 Pfd. 3 mal 7 Gr., d. s. 21 Gr. gelten.

Anmerkung. Aus diesen und andern dergleichen Aufgaben kann der Lehrer seine Schüler auch beiläufig überführen, daß sie auf diesem Wege mit der Berechnung schneller zu Stande kommen, als wenn sie dieselbe auf dem vorigen Wege vollziehen müßten.

Auch wird die Erinnerung dabey, „erst nachzudenken ehe sie rechnen, ob sie Aufgaben auf diesem oder jenem Wege schneller und gemächlicher ausrechnen könnten," gewiß am rechten Orte stehen.

L. Es giebt aber auch noch einen Weg, Kinder, auf welchem man dergleichen Aufgaben richtig ausrechnen kann. Und auch diesen Weg wollen wir noch

jetzt, und zwar aus eben dem Grunde kennen lernen, weil sich manche Exempel die auf einem der beyden vorigen Wege mühsam auszurechnen seyn würden, auf diesem Wege leicht und schnell ausrechnen lassen.

Was für ein Facit fand vorhin dein Mitschüler A. als er mir ausrechnen mußte, wie viel Groschen 8 Pfd. Toback kosten müßten, wenn 1 Pfd. von diesem Toback 6 Gr. gilt, B.?

B. 48 Groschen.

L. Aber wie viel Groschen hätte er denn finden müssen, wenn nicht 1 Pfd. sondern 2 Pfd. dieses Tobacks 6 Gr. gelten?

B. 24 Groschen.

L. Also die Hälfte von 48 Gr. Aber warum denn die Hälfte?

B. Weil 1 Pfd. nur die Hälfte von 2 Pfd. ist, so müssen 8 Pfd. auch nur die Hälfte des Preißes, den A. fand, gelten.

L. Sehr richtig. Wie verfuhrst du vorhin C. bey der Ausrechnung der Aufgabe?

Wenn 2 Pfd. Toback 6 Gr. gelten, wie viel Gr. müssen da 8 Pfd. kosten?

C. Ich sagte. 2 Pfund sind in 8 Pfund viermal enthalten, und 6 Gr. nun 4mal genommen, thut 24 Groschen.

L. Da dividirtest du also erstlich mit der Zahl 2, in die Zahl 8, und mutliplicirtest sodann mit dem gefundnen Quotienten die Zahl 6. Jetzt mache es einmal umgekehrt. Multiplicire erst die Zahlen 6 und 8 mit einander, und dividire nachher das Produkt auch wieder durch den vorigen Divisor 2.

C. 6 mal 8 ist 48. und 48 dividirt durch 2 giebt 24.

L. Da du auch hier keine andre Zahl, als die 24 fandest, was kannst du also daraus sehen?

C. Daß ich mein Exempel auch auf dem letzten Wege richtig herausgebracht habe.

L. Und eben das ist nun der Weg, l. K. den wir jetzt noch kennen lernen wollten. Wenn man nehmlich Aufgaben der Art auszurechnen bekommt, und sie auf diesem Wege ausrechnen will, so multiplicire man erstens die angegebne Zahl des Preißes mit der Zahl der Stücke, Pfunde oder Ellen, u. s. w. deren Preiß gesucht werden soll, und dividire sodann zweytens das gefundene Produkt durch die Zahl der Stücke, Pfunde oder Ellen, u. s. w. deren gesammter Preiß angezeigt wurde. Der gefundne Quotient zeigt das richtige Facit an.

Lasset uns jetzt zur Uebung noch einige Aufgaben auf diesem Wege ausrechnen.

Wenn 4 Ellen Tuch 7 Thlr. gelten, wie viel Thaler müssen da 9 Ellen von diesem Tuche kosten?

S. 7 mal 9 ist 63 und 63 durch 4 dividirt, giebt $15\frac{3}{4}$. Also gelten 9 Ellen $15\frac{3}{4}$ Thaler.

L. Wenn 3 Pfund Fleisch 8 Groschen gelten, wie viel Groschen müssen da 5 Pfund von diesem Fleische kosten?

S. 5 mal 8 ist 40, und 40 durch 3 dividirt, giebt $13\frac{1}{3}$. Also gelten 5 Pfd. Fleisch $13\frac{1}{3}$ Gr.

Anmerkung. Auch hier kann der Lehrer den Schüler auf das aufmerksam machen, was ich in der zunächst vorhergegangnen Anmerkung angewinkt habe.

Hauptsächlich aber, hat er hier darauf zu sehen, daß der Schüler die Angabezahlen fest halte, und nicht etwa, was auf diesem Wege leicht geschehen könnte, die Fragezahl mit einer der Angabezahlen verwechsle. Dahero ist es auch sehr gut, die Exempel in abwechselnder Form aufzugeben, damit sich der Schüler an jede Art zu fragen gewöhnen lerne. Z. B. Wenn ich für 7 Thaler 4 Ellen bekomme, wie viel Thaler müssen da 9 Ellen kosten? Oder ein ander Mal. Wie viel Thaler müssen 9 Ellen kosten, wenn 4 Ellen 7 Thaler gelten?

L. Hast du bemerkt, aus wie viel Zahlen eine jede der bisherigen Aufgaben bestand, die dir und deinen Mitschülern auszurechnen vorgelegt wurden, A?

A. Eine jede dieser Aufgaben bestand aus 3 Zahlen.

L. Und was fandet ihr zu diesen 3 Zahlen durch die Berechnung derselben?

A. Eine vierte Zahl.

L. Wie könnte man dahero diese Rechnungsregel nennen?

A. Die Regel, zu 3 gegebnen Zahlen die 4te zu finden.

L. Und so wird sie auch durchgängig genennt, lieben Kinder. Manche nennen zwar diese Regel auch kurzweg: die Regel de tri. Indessen meynen sie mit diesem Ausdrucke, der aus einer ausländischen Sprache hergenommen ist, doch eben dasselbige. Wenn ihr dahero diese Benennung einmal höret, so lasset euch das nicht befremden.

Es wird damit dieselbe Regel angedeutet, die vorhin A. „die Regel, zu 3 gegebnen Zahlen die 4te zu finden,“ nannte. Ihr könnet, wenn ihr wollet, euch künftig selbst des Ausdrucks Regel de tri bedienen.

Fortsetzung.

L. Wenn 3 Pfund Fleisch 9 Groschen gelten, wie viel Groschen müssen da 6 Pfd. von diesem Fleische kosten, B?

B. 18 Groschen.

L. Untersuche doch einmal, C. ob dein Mitschüler richtig gerechnet hat?

C. Wenn 3 Pfund Fleisch 9 Groschen gelten, so gilt 1 Pfund 3 Groschen und so müssen also 6 Pfund von diesem Fleische 6 mal 3 Groschen, d. i. 18 Gr. gelten. Mein Mitschüler hat also richtig gerechnet.

L. Könntest du die Untersuchung deines Mitschülers C. nicht auch auf einem andern Wege bewerkstelligen, D?

D. Ja.

L. Wie denn?

D. 3 Pfd. sind in 6 Pfd. zwey mal enthalten. —

L. Oder, wie könntest du auch anders sagen?

D. 6 Pfd. sind 2 mal so viel als 3 Pfd.

L. Richtig. Fahre jetzt nur weiter fort.

D. Da 6 Pfd. zweymal so viel als 3 Pfd. sind, so müssen auch 6 Pfd. zweymal so viel als 3 Pfund nehmlich zweymal 9 Groschen d. i. 18 Groschen kosten.

L. Könntest du diese Untersuchung nicht aber auch auf einem noch andern Wege bewerkstelligen, E?

E. Ja.

L. Wie nehmlich?

E. Wenn ich die Zahlen 9 und 6 mit einander multiplicire, und sodann ins Produkt mit 2 dividire. 9 mal 6 ist 54, und 54 durch 3 dividirt, giebt 18.

L. Was bestimmte dich vorhin, die Behauptung deines Mitschülers C. für richtig zu erklären, D.?

D. Weil ich auf meinem Wege, den ich bey der Berechnung einschlug, ebenfalls die Zahl 18, welche er gefunden hatte, fand.

L. Und woraus konntest du erkennen, E. daß beyde deiner Mitschüler richtig gerechnet hatten?

E. Weil ich auf meinem Wege, die nehmliche Zahl 18 fand, welche jene beyderseits gefunden hatten.

L. Lernet hieraus, l. K. wie man auf Exempel aus der Regel de tri die Probe machen kann. Wie nehmlich, F.?

F. Man muß das ausgerechnete Exempel noch einmal, aber auf einem andern Wege als dem vorigen, ausrechnen.

L. Richtig. Merkt euch nun das, lieben Kinder und thut es allemal, wenn ihr aufgefordert werdet, solche Aufgaben richtig auszurechnen. Durch dieses Verfahren entdeckt ihr ganz gewiß, ob ihr bey der Ausarbeitung falsch, oder ob ihr richtig multiplicirt und dividirt habet. Hätte z. B. euer Mitschüler C. statt 18 Groschen eine andere Zahl gefunden, und uns angegeben, so würden D. und

E. nicht mit ihm übereingestimmt, und folglich seinen Fehler entdeckt haben.

Doch jetzt sollet ihr auch noch einen vierten Weg kennen lernen, auf welchem man die Probe auf dergleichen Aufgaben sehr sicher machen kann. Ihr könnet diesen Weg zur Abwechslung mit jenen vorigen gebrauchen, und so euch ein Vergnügen mehr bey euren Rechnungsübungen machen.

Wir sahen, daß 6 Pfund Fleisch 18 Groschen kosten mußten, wenn 3 Pfund dieses Fleisches 8 Groschen gelten.

Jetzt lasset uns einmal dieses Exempel umbilden, und also setzen:

Wenn 3 Pfund Fleisch 9 Groschen gelten, wie viel Pfund von diesem Fleische muß man da für 18 Gr. bekommen?

Wodurch unterscheidet sich diese Aufgabe von der vorigen, G?

G. Dadurch, daß in dieser die 6 Pfd. weggelassen worden sind.

L. Ferner:

G. Daß statt der weggelaßnen 6 Pfund ihr vorhin gefundner Preiß in die Aufgabe eingerückt worden ist.

L. Ferner:

G. Daß hier gefragt wird, wie viel Pfunde man für 18 Groschen bekommen müsse.

L. Richtig. Rechne nun diese umgebildete Aufgabe aus, H.

H. 18 Gr. sind zweymal so viel als 9 Gr. Dahero muß man für 18 Gr. zweymal so viel Pfunde als

für 9 Gr. bekommen. Also 2 mal 3 Pfd. d. i. 6 Pfund.

L. Würdest du wohl bey der Berechnung 6 Pfund herausgebracht haben, wenn ihr vorhin ausgerechneter Preiß (die 18 Gr.) nicht der richtige gewesen wäre?

H. Nein.

L. Was siehst du also hieraus?

H. Daß die 18 Gr. allerdings der richtige Preiß der 6 Pfd. sind.

L. Dieses Verfahren lehret euch, lieben Kinder, welchen Weg man also auch noch viertens einschlagen kann, um zur Gewißheit zu gelangen, daß man eine Aufgabe aus der Regel de tri richtig ausgerechnet habe.

Wie kann man nehmlich dieses bewerkstelligen, H.

H. Man muß nach verrichteter Berechnung die Aufgabe umbilden.

L. Und wie?

H. So, daß man die Zahl der Waare, deren Preiß man durch die Berechnung gefunden hat, aus der Aufgabe heraustthut; statt ihrer aber die Zahl des gefundnen Preißes in dieselbe hineinsetzt, und nun die Frage auf die Zahl der Waare stellt, die man herausgethan hatte.

L. Und woraus kann man nachher die Richtigkeit des erst bey der Berechnung gefundnen Preißes dieser Waare entdecken?

H. Wenn man dieselbe Zahl der Waare durch die Berechnung wieder findet.

L. Lasset uns jetzt zur Uebung noch einige Exempel auf diese Weise behandeln.

Wie viel Groschen müssen 4 Pfund Toback gelten, wenn 8 Pfund dieses Tobacks 32 Groschen kosten, J?

J. Wenn 8 Pfund 32 Groschen gelten, so kostet 1 Pfund davon 4 Groschen und 4 Pfund gelten also 16 Gr.

L. Mache du die Probe auf deines Mitschülers Arbeit, K?

K. Wenn man für 8 Pfd. Toback 32 Gr. bezahlt, wie viel Pfd. von diesem Toback muß man für 16 Gr. bekommen?

Da 16 Gr. die Hälfte von 32 Gr. sind, so bekommt man dafür auch nur die Hälfte von 8 Pfd. d. s. 4 Pfund.

L. Wie hat also dein Mitschüler J. seine Aufgabe ausgerechnet?

K. Richtig.

L. Jetzt gieb du L. eine Aufgabe der Art dir selbst auf, und berechne sie uns.

L. Wenn 2 Pfd. Fische 8 Groschen kosten, wie viel Gr. müssen da 6 Pfd. von diesen Fischen gelten? Antw. 24 Gr.

L. Mache du die Probe hierauf, M.

M. Wenn 2 Pfd. Fische 8 Gr. kosten, wie viel Pfd. von diesen Fischen muß man für 24 Gr. erhalten. Antw. 6 Pfd.

Anmerkung.

Man kann auch, welches aber immer derselbe Weg ist, die Aufgaben dem Schüler so umbilden lassen, daß eine

der beyden sogenannten Angabezahlen durch die Berechnung gesucht werden muß. Z B. „Wenn 2 Pfd. Fische 8 Groschen gelten, so kosten 6 Pfd. 24 Groschen.“ Also: „wenn 6 Pfund Fische 24 Groschen kosten, wie viel gelten da 2 Pfund?“ oder: „wenn 6 Pfund Fische 24 Groschen kosten, wie viel Pfund muß man da für 8 Groschen bekommen. Es ist sehr nützlich für den Schüler, wenn er auch diese Art zu verfahren kennen lernt.

Jetzt wird es nöthig seyn, dem Schüler noch auf die Berechnung solcher Aufgaben vorzubereiten, in welchen das sogenannte Fragglied, und das zu suchende vierte nicht einerley Benennungen mit den beyden Angabezahlen führen. Z. B. „Wie viel Thaler müssen 2 Ctr. gelten, wenn 4 Pfd. von dieser Waare 8 Gr. kosten?“ Hier läßt man den Rechenschüler erst den gewöhnlichen langen Weg einschlagen auf welchem er nehmlich die gegebenen Centner in Pfunde, und die nach der verrichteten Berechnung gefundnen Groschen in Thaler verwandelt. Z. B. 2 Ctr. sind 220 Pfd. Also 4 Pfd.: 220 Pfd. = 55 und 55 × 8 = 440 Groschen. Und 440 Gr.: 24 = 18 Thlr. 8 Gr. Hat aber der Rechenschüler diesen gewöhnlichen langen Weg hinlänglich kennen gelernt, so läßt man ihn sodann die sogenannten Kunstgriffe anwenden, durch welche die Berechnung abgekürzt, und das Facit mit weniger Mühe gefunden wird. Diese Kunstgriffe findet man in dieser Anweisung zum Kopfrechnen unter den Aufgaben beigefügt, weil ich glaube, daß sie da am besten Orte stehen. Eine vorläufige summarische Anzeige derselben

würde den Rechenschüler, wie mich dünkt, nicht nur zu sehr ermüden, sondern auch in Gefahr setzen, einen über dem andern wieder zu vergessen.

Um nicht weitschweifig zu werden, habe ich in der vorstehenden Unterredung das Verfahren der Regel de tri blos auf die Berechnung der Dinge und ihrer Werthe angewendet. Indessen wird es einem Lehrer nicht viel Mühe kosten, dem Rechenschüler durch Darlegung einiger Exempel, in welchen die gegebnen Zahlen andere Benennungen als Waare und Preiße haben, begreiflich zu machen, daß sich dasselbige Verfahren der Regel de tri auf die Berechnung aller und jeder gegebener Verhältnisse, zu welchen vermittelst dieser Regel die 4te Proportionalzahl gesucht werden soll, anwenden lasse. Wenn z. B. 3 Personen zu ihrem täglichen Unterhalte 6 Pfd. Brodt bedürfen, wie viel Pfd. Brodt würde man da nöthig haben, um täglich 6 Personen zu speisen? Also 3 Personen: 6 Personen = 3 Pfund Brodt: 6 Pfd. Brodt. Hier verhalten sich die Ursachen eben so zu einander, wie ihre Wirkungen.

Bey den Uebungen, die mit dem Schüler in der Berechnung der Aufgaben aus der Regel de tri angestellt werden, hat der Lehrer nöthig, auf eine gewisse Ordnung, Stufenfolge und Mannichfaltigkeit sowohl in den Aufgaben selbst, als in ihrer Berechnung, Rücksicht zu nehmen. Dadurch wird dem Schüler ein großer Nutzen verschaft, wie ich schon vorne in der Einleitung erinnert und bewiesen habe. Die Ordnung, in welcher die Aufgaben aus der Regel de tri diktirt werden können, ist meines Erachtens folgende.

Aufgaben mit einfach benahmten ganzen Zahlen.

„Wenn 36 Ellen von einem Stück Tuch gekauft werden sollen, wovon die Elle 2 Thlr. kostet, wie viel Thaler sind dazu nöthig? Antw. 72 Thaler.

„Wenn der Ctr. von einer gewissen Waare 25 Thlr. kostet, wie viele Thaler müßte man für 11 Ctr. bezahlen? Antw. 275 Thaler.

„Ein Kaufmann verkaufte die Elle von einem Stück seidenen Zeuge für 3 Thaler. Wie viel Thaler lößte er aus dem ganzen Stück, welches 72 Ellen hielt? Antwort 216 Thaler.

„Wie viel Thlr. muß man für eine Elle bezahlen, wenn 24 Ellen 48 Thlr. kosten? Antw. 2 Thaler.

„August hatte 36 Schock Aepfel. 4 Schock verkaufte er für einen Thaler. Wie viel Thaler hat er aus 28 Schocken gelößt? Antw. 7 Thaler.

„Ein Tuchfabrikant lieferte einem Kaufmann 3 Stück Tuch. Das erste Stück hielt 18 Ellen, das andere noch einmal so viel, das dritte eben so viel Ellen als beyde vorige zusammen. Wenn nun der Tuchfabrikant für jede Elle 1 Thaler veraccordirt, und ihm der Kaufmann einstweilen 108 Thaler vorgeschossen hatte, so fragt sichs: wie viel mußte ihm der Kaufmann noch für sein geliefertes Tuch bezahlen? Antw. Nichts mehr.

„Ernst hatte 36 Thaler gesammelt. Für den dritten Theil dieses Geldes kaufte er sich 6 Ellen Tuch; wie viel Thaler kam ihn 1 Elle von diesem Tuche zu stehen? Antw. 2 Thaler.

„Wenn 8 Centner von einer Waare 32 Thaler kosten, wie viel Centner muß man da für 64 Thaler bekommen? Antw. 16 Centner.

„August hatte sich 36 Ellen Leinwand zu Hemden gekauft, und dafür 8 Thaler bezahlt. Sein Freund Fritz beschloß, sich für die Interessen eines Kapitals von 400 Thalern, das er ein Jahr lang mit 4 p. C. ausgeliehen hatte, ebenfalls Hemden von dieser Leinwand einzukaufen. Wie viel Ellen mußte er bekommen? Antw. 72 Ellen.

„Ferdinand erbte eine Anzahl Thaler. Die Hälfte dieser Thaler verlieh er mit 5 p. C. ¼ derselben verwendete er auf den Ankauf einer gewissen Waare, und ¼ endlich gab er seiner Mutter. Wenn er nun für den Centner dieser eingekauften Waare 2 Thlr. bezahlt, und 25 Ctr. für sein Geld erhalten hatte, so fragt sichs, wie groß war seine ganze Erbschaft? Antw. 200 Thlr.

„Heinrich hatte sich eben so viel Geld als August verdient. August kaufte sich für die Hälfte und einen halben Thaler seines Geldes ein neues Kleid. 3 Thaler bezahlte er für Noten, und 4 Thlr. endlich lieh er seinem Freunde. Heinrich kaufte sich für sein sämmtliches verdientes Geld 30 Ellen Zeug, um dabey etwas zu verdienen. Nach einigen Wochen verkaufte er wieder 6 Ellen von diesem Zeuge, und machte sich an jeder Elle 2 Groschen Profit? Wie viel Thaler mußte er vom Käufer erhalten? Antwort 3 Thlr. 12 Groschen.

„Christian hatte noch einmal und ein halbes Mal so viel Thlr. als Herrmann. Er kaufte sich dafür 50 Pfund Waare à 1 Thlr. Herrmann unterstützte mit der Hälfte seines Geldes einen kranken Greis, und dieser kaufte sich für die Hälfte seines erhaltenen Geschenkes 5 Ellen Tuch. Es fragt sich, wie hoch kam ihm die Elle dieses Tuches? Antw. 1 Thlr.

Wenn der Lehrer findet, daß seine Rechenschüler dergleichen leichte Aufgaben schnell und richtig ausrechnen

können, so kann er ihnen das Diktiren derselben selbst überlassen. Es hat dieses viel Nutzen. Der Lehrer erfährt dadurch, welche Rechenschüler gute Talente, und schöne Einfälle haben. Oft können die Wendungen, welche helle Köpfe beym Diktiren ihrer Aufgaben nehmen, ihm sehr belehrend werden, und manchen neuen Stoff zu weiterer Bearbeitung seines Feldes herbey führen. Die Schüler selbst werden dadurch in noch größere Thätigkeit gesetzt; sie bekommen die Regel de tri besser in ihre Gewalt; der Wetteifer wird bey ihnen angeregt und überhaupt noch manches andere Gute dadurch erreicht. Zur Abwechslung kann der Lehrer auch bisweilen 2 Rechenschülern die Aufgabe gemeinschaftlich diktiren lassen, und zwar so, daß da, wo der Eine aufhört, der Andere sogleich anschließt. Es macht dieses den Kindern überaus viel Vergnügen, und ist auch für den Lehrer selbst in mancher Rücksicht nützlich. Er kann endlich auch Aufgaben mit einem Rechenschüler in Verbindung diktiren. Selbst dieses ist sehr vortheilhaft. Zaghafte Kinder, welche er doch auch im Diktiren der Aufgaben üben muß, können dadurch aus großer Verlegenheit herausgerissen werden, denn bemerkt der Lehrer, daß es ihnen an Stoff zur weitern Fortsetzung des angefangenen Exempels fehlt, oder daß sie in Gefahr kommen, sich zu verrechnen, so kann er sie gleich abbrechen lassen, und die Aufgabe selbst weiter fortsetzen. Dieses Verfahren ist vorzüglich bey den ersten Versuchen, die die Kinder machen, sehr empfehlungswerth.

Wenn die Rechenschüler eine Zeit lang Aufgaben der Regel de tri mit einfach benahmten ganzen Zahlen ausgerechnet haben, so können die Uebungen mit benahmten gebrochnen Zahlen ihren Anfang

nehmen. Haben sie die Lehre von der Multiplikation und Division der Brüche wohl gefaßt, und sich die dabey anwendbaren Rechnungsvortheile recht geläufig gemacht, so werden ihnen diese Uebungen überaus leicht werden. Ich will einige solcher Aufgaben ebenfalls hier ansetzen.

Augaben mit benahmten gebrochenen Zahlen.

„Wenn der Ctr. Waare 3 Thlr. kostet, wie viel muß man für einen Viertels-Centner bezahlen? Antw. der Viertels-Centner kostet den 4ten Theil des ganzen Ctrs, also $\frac{3}{4}$ Thlr., oder 18 Gr.

„Wie viel muß man für $3\frac{1}{2}$ Elle Tuch bezahlen, wenn die Elle 2 Thlr. kostet? Antwort 7 Thaler.

„Anderthalb Stück kosten 6 Dreyer, wie viel kosten 48 Stück, Thlr.? Antw. 2 Thlr.

Nachdenken dabey.

Wenn anderthalb Stück 6 Dreyer kosten, so kostet das Stück 4 Dreyer oder einen Groschen. 48 Stück kosten also 48 Gr. oder 2 Thlr.

„Für $5\frac{1}{2}$ Elle mußte Karl 11 Thlr. bezahlen; wie viel Thlr. würde er haben bezahlen müssen für $16\frac{1}{2}$ Elle? Antwort. 33 Thlr.

Nachdenken dabey.

Wenn $5\frac{1}{2}$ Elle 11 Thlr. kostet, so kostet 1 Elle 2 Thlr., und also $16\frac{1}{2}$ Elle 33 Thlr.

„Wenn 7 Ellen $\frac{7}{8}$ Thlr. kosten, wie viel Thaler kosten 33 Ellen? Antw. $4\frac{1}{8}$ Thlr.

Nachdenken dabey.

Wenn 7 Ellen $\frac{7}{8}$ Thlr. kosten, so kostet 1 Elle $\frac{1}{8}$ Thlr., und also 33 Ellen $\frac{33}{8}$ Thlr. d. i. 4 Thlr. 3 Gr.

„Wie viel Thaler kosten 35 Pfund, wenn 7 Pfund $\frac{5}{9}$ Thlr. kosten? Antw. $2\frac{7}{9}$ Thlr.

Nachdenken dabey.

35 Pfd. sind 5 mal 7 Pfd. Da also 7 Pfd. $\frac{5}{9}$ Thlr. kosten, so müssen 35 Pfd 5 mal $\frac{5}{9}$ Thlr. oder $\frac{25}{9}$ Thlr. d. i. $2\frac{7}{9}$ Thlr. oder 2 Thlr. 18 Gr. 8 Pf. kosten.

„Fünf Pfd. kosten $1\frac{1}{4}$ Thlr., wie viel Thlr. kosten demnach 25 Pfund? Antw. $6\frac{1}{4}$ Thlr.

Nachdenken dabey.

Wenn 5 Pfd. $1\frac{1}{4}$ Thlr. oder welches einerley ist, $\frac{5}{4}$ Thlr. kosten, so kostet 1 Pfund $\frac{1}{4}$ Thlr., und 25 Pfund müssen also $\frac{25}{4}$ Thlr., d. i. $6\frac{1}{4}$ Thlr. kosten. Oder auch: 25 Pfund sind 5 mal 5 Pfund. Wenn also 5 Pfund $\frac{5}{4}$ Thlr. kosten, so müssen 5 mal 5 Pfund 5 mal $\frac{5}{4}$ Thlr. d. i. $\frac{25}{4}$ Thlr. oder $6\frac{1}{4}$ Thlr. gelten.

„August hatte von seinem Vater 3 Thlr., von seiner Mutter 2 Thaler und von seinem Vetter 6 Thaler zum Geschenk erhalten. Fritz besaß halb so viel Thaler als August, und kaufte sich für sein Geld Zeug von eben dem Stücke, von welchem sich August 8 Ellen gekauft, und wofür er 4 Thaler bezahlt hatte. Es fragt sich nun, wie viel Ellen Zeug hatte Fritz für sein Geld bekommen? Antwort 11 Ellen.

Nachdenken dabey.

Fritz besaß halb so viel Thlr. als August, mithin $5\frac{1}{2}$ Thlr. Wenn nun August für 4 Thlr. 8 Ellen erhielt, so kam jede Elle 12 Gr. Da nun $5\frac{1}{2}$ Thlr. 11 halbe Thlr. sind, so mußte Fritz auch 11 Ellen Zeug erhalten.

„Heinrich hatte sich $\frac{7}{9}$ Thlr., einen Zwanzigkreuzer, $\frac{2}{3}$ Thlr., einen halben Gulden, 6 Viergroschenstückchen und 3 Speciesthaler gesammelt. Für dieses Geld kaufte er sich Leinwand, von welcher $3\frac{1}{2}$ Elle 1 Thlr. kosteten. Es fragt sich, wie viel Ellen erhielt er? Antw. $24\frac{1}{2}$ Elle.

Nachdenken dabey.

Heinrichs sämmtliches Geld ist 7 Thlr. Wenn man nun für 1 Thlr. $3\frac{1}{2}$ Elle erhält, so mußte Heinrich für seine 7 Thlr. siebenmal $3\frac{1}{2}$ Elle, d. i. $\frac{49}{2}$ Ellen, oder $24\frac{1}{2}$ ganze Ellen bekommen.

Wenn die Rechenschüler eine Zeit lang Aufgaben der Art gerechnet haben, und im richtigen und schnellen Ausrechnen derselben zu einer ziemlichen Fertigkeit gelangt sind, so können ihnen Aufgaben mit sortirten Zahlen diktirt werden. Dabey muß auf die Tabellen, welche im Kapitel von der Addition vorkommen, häufige Rücksicht genommen werden. Bey einer hinlänglichen Bekanntschaft mit diesen Tabellen lassen sich ungemein viel Aufgaben der Regel de tri überaus leicht und schnell berechnen. Da Exempel mit sortirten Zahlen immer am häufigsten im gemeinen Leben vorkommen, so müssen die Rechenschüler auch darinnen, am meisten geübt werden. Ich will daher mehrere Aufgaben der Art hier ansetzen, und dabey zugleich auf die verschiedenen Wege sie zu berechnen, aufmerksam machen, damit der Lehrer den Schüler auf jeden derselben durch Fragen hinleiten kann.

Aufgaben mit sortirten Zahlen.

„Wenn 1 Pfd. von einer gewissen Waare 3 Thlr. 12 Gr. kostet, wie viel Thlr. muß man für 26 Pfd. von dieser Waare bezahlen? Antw. 91 Thlr.

Nachdenken dabey.

Da 1 Pfund 3 Thlr. 12 Gr. kostet, so müssen 26 Pfund auch 26 mal 3 Thlr. 12 Gr. kosten. Nun könnte man,

um zu erfahren, wie viel Thlr. dieses betrage, erst die 26 mit 3 multipliciren, und zum gefundenen Produkte noch 26 halbe Thlr. addiren: also 26 × 3 = 78 Thlr. und 78 Thlr. + 13 Thlr. = 91 Thlr.: oder man könnte auch kürzer so verfahren: 3 Thlr. 12 Gr. sind aus 7 Thalern der 2te Theil. Mit 2 in 26 dividirt, giebt 13 Siebenthalerstücken, und diese betragen 91 Thlr., denn 13 × 7 = 91.

„Wie viel Thlr. kosten 45 Ellen Tuch à 3 Thlr. 16 Gr.? Antw. 165 Thlr.

Nachdenken dabey.

Wenn 1 Elle 3 Thlr. 16 Gr. kostet, so müssen 45 Ellen auch 45 mal 3 Thlr. 16 Gr kosten. Um zu erfahren, wie viel dieses Thlr. betrage, könnte man folgende Wege einschlagen. 45 × 3 = 135 Thlr. 45 Gulden sind 30 Thlr. Also 135 Thlr. + 30 Thlr. = 165 Thlr. Oder: 3 Thlr 16 Gr. = 4 Thlr. — 8 Gr Also 45 × 4 = 180 Thlr. Davon abgezogen 45 halbe Gulden, d. i. 15 Thlr. bleibt Rest 165 Thlr. Oder: 3 Thlr. 16 Gr. sind aus 11 Thalern der 3te Theil Also 45 durch 3 dividirt, giebt 15, und 15 × 11, thut 165 Thlr. (S. dabey den Multiplikationsvortheil mit der Zahl 11 in dem Kapitel von der Multiplikation.)

„Wie viel Fridrichsd'or à 5 Thlr. kosten 48 Ctr. à 3 Thlr. 3 Gr.? Antw. 30 Friedrichsd'or.

Nachdenken dabey.

Wenn 1 Ctr. 3 Thlr. 3 Gr kostet, so müssen 48 Ctr. 48 mal so viel kosten 48 mal 3 Thlr. 3 Gr. sind 150 Thlr., und diese betragen 30 Friedrichsd'or. Oder man sage: 3 Thlr 3 Gr. sind aus 25 Thalern, oder welches einerley ist, aus 5 Friedrichsd'orn der 8te Theil Mit 8 in 48 dividirt, giebt 6 fünffache, oder 30 einfache Friedrichsd'or.

„Wie viel Thaler betragen 64 Stück Dukaten nach ihrem Pary? Das Pary ist 2 Thaler 18 Groschen. Antwort 176 Thlr.

Nachdenken dabey.

Wenn 1 Dukaten 2 Thlr. 18 Gr. gilt, so müssen 64 Dukaten 64 mal 2 Thlr. 18 Gr. gelten. 2 Thlr. 18 Gr. 4 mal genommen, sind 11 Thaler. Also sind 2 Thaler 18 Groschen der 4te Theil aus 11 Thalern. 64 durch 4 dividirt, giebt 16 Eilfthalerstücken oder 176 einzelne Thaler.

„Wie viel Karld'or betragen 144 Stück Laubthaler, wenn der Karld'or zu 6$\frac{1}{3}$ Thlr. und der Laubthlr. zu 1$\frac{7}{12}$ Thlr. gerechnet wird? Antw. 36 Karld'or: denn 4 Stück Laubthlr. sind just 1 Karld'or.

„Wie viel Thlr. kommen $\frac{1}{4}$ Ctr. und 5 Pfd., wenn der Ctr. zu 110 Pfund gerechnet, 44 Thaler kostet? Antwort 13 Thlr.

Nachdenken dabey.

Wenn der Centner 44 Thlr. kostet, so muß der vierte Theil des Centners, d. i. $\frac{1}{4}$ Centner 11 Thlr. kosten. Da 5 Pfund aus dem Ctr., welcher 110 Pfund hat, der 22ste Theil sind, so muß zu den 11 Thalern noch der 22ste Theil von 44 Thalern, d. f. 2 Thlr., addirt werden. Also 11 Thlr. + 2 Thlr. = 13 Thlr.

„Für 6 Thlr. 12 Gr. erhielt Ferdinand 26 Ellen; wie viel Ellen von dem nehmlichen Stück mußte er für 3 Friedrichsd'or à 5^{1} Thlr. erhalten? Antw. 64 Ellen.

Nachdenken dabey.

Für 6 Thlr. 12 Gr. bekam Ferdinand 4 mal so viel Ellen: also mußte er für 3 Friedrichsd'or, welche nach der Angabe à 5$\frac{1}{3}$ Thlr. 16 Thlr, betragen, auch 4 mal so viel. d. f. 64 Ellen, erhalten.

„Wie viel Gülden kosten 39 Ruthen Steine, wenn 1 Ruthe 2 Gülden 7 Gr. kostet? Antw. 91 Gülden.

Nachdenken dabey.

Wenn 1 Ruthe Steine 2 Gülden 7 Groschen kostet, so müssen 39 Ruthen 39 mal 2 Gülden und 39 mal 7 Groschen kosten. 39 mal 2 Gülden sind 78 Gülden, und da 7 Groschen der 3te Theil aus dem Gülden sind, so betragen 39 Siebengroschenstücken, 13 Gülden. 78 Gülden nun, und 13 Gülden sind zusammnn 91 Gülden. Oder man sage: 2 Gülden 7 Groschen sind aus 7 Gülden der dritte Theil. 39 also durch 3 dividirt, giebt 13 siebenfache Gülden, d. s. 91 einzelne Gülden, denn 13 $\times 7 = 91$.

„Wie viel Thlr. kosten 75 Ellen, wenn 15 Ellen 2 Thlr. 18 Gr. kosten? Antw. 13 Thlr. 18 Gr.

Nachdenken dabey.

75 Ellen sind 5 mal 15 Ellen. Wenn also 15 Ellen 2 Thlr. 18 Gr. kosten, so müssen 75 Ellen auch 5 mal 2 Thlr. 18 Gr. kosten. Da nun 4 mal 2 Thlr. 18 Gr. 11 Thlr. sind, so darf man nur zu 11 Thalern noch 2 Thlr. 18 Gr. addiren, als wodurch das richtige Facit 13 Thlr. 18 Gr. erhalten wird.

„Jemand kaufte 300 Ellen Leinwand, und bezahlte für jede Elle 5⅓ Groschen. Nach einiger Zeit verkaufte er wieder 200 Ellen, und bekam für jede Elle 5 Gr. 10 Pf. Für den an seinem Handel gemachten Profit kaufte er sich 1 Elle feines holländisches Tuch. Sein Freund, welchem die Farbe dieses Tuchs gefiel, nahm sich von eben diesem Tuche 3 Ellen zu einem Kleide aus. Es fragt sich, wie viel behielt er nach der Bezahlung dieses Tuchs von seinen 15 Thalern, die er sich gesammelt hatte, übrig? Antw. 2 Thlr. 12 Gr.

Nachdenken dabey.

An jeder Elle wird 6 Pfennige oder 2 Dreyer profitirt. Da 200 Dreyer 2 Thlr. 2 Gr., und also 200 Sechser 4 Thlr. 4 Gr. sind, so kam ihm die Elle Tuch 4 Thlr. 4 Gr. Weil nun also 3 Ellen 12 Thlr. 12 Gr. kosten, so kann der Käufer derselben nicht mehr als 2 Thlr. 12 Gr. von seinen 15 Thalern übrig behalten.

Bey Berechnung der Aufgaben mit Groschen und Pfennigen giebt es verschiedene leichte und kurze Wege, auf die der Lehrer seinen Schüler durch Fragen hinleiten kann. Derjenige Schüler, welcher die Tabellen wohl im Gedächtniß hat, und auf das Plus und Minus hinlänglich angewiesen ist, wird gar bald vom Lehrer in den Stand gesetzt werden können, Aufgaben der Art, wie ich einige hier ansetzen will, mit der größten Fertigkeit auszurechnen, und auch eben so leicht, wenn er dazu aufgefordert wird, ähnliche zu erfinden, und selbst zu diktiren.

„Wenn ein Pfund von einer gewissen Waare 2 Gr. 8 Pf. gilt, wie viel Thlr. werden 72 Pfd. zu stehen kommen? Antw. 8 Thlr.

Nachdenken dabey.

2 Gr. 8 Pf. sind der neunte Theil aus dem Thaler. 72 also durch 9 dividirt, giebt 8 Thlr.

„Wenn 1 Pfd. von einer gewissen Waare 2 Gr. 11 Pf. gilt, wie viel Thaler kosten 36 Pfund? Antwort 4 Thlr. 9 Groschen.

Nachdenken dabey.

2 Gr. 11 Pf. sind eben so viel als 3 Groschen weniger 1 Pfennig. 36 Pfund müssen demnach 36 mal 3 Gro-

schen weniger 36 Pfennige kosten. 36 Dreygroschenstücken sind 4 Thlr. 12 Gr. Hiervon 36 Pfennige abgezogen, bleibt Rest 4 Thlr. 9 Gr. Oder: 2 Gr. 11 Pf. sind eben so viel als 2 Gr. 8 Pf. + 3 Pf. 36 mal 2 Gr. 8 Pf. sind 4 Thlr., denn 36 : 9 = 4. Zu 4 Thalern noch 36 Dreyer addirt, geben das richtige Facit, nehmlich 4 Thlr. 9 Groschen.

„Wenn die Elle 2 Gr. 4 Pf. kostet, wie viel Gülden müssen 63 Ellen gelten? Antw. 7 Gülden.

Nachdenken dabey.

63 Ellen müssen 63 mal 2 Gr. 4 Pf. kosten. 2 Gr. 4 Pf. sind aus dem Gülden der 9te Theil. Also 63 durch 9 dividirt, giebt 7 Gülden.

„Wenn 1 Loth 2 Gr. 3 Pf. gilt, wie viel Gülden werden 1 Pfund 4 Loth kosten? Antw. 3 Gülden 18 Gr.

Nachdenken dabey.

1 Pfd. 4 Loth sind 36 Loth. 2 Gr. 3 Pf. sind eben so viel als 2 Gr. 4 Pf. weniger 1 Pf. 36 Loth gelten also 36 mal 2 Gr. 4 Pf. weniger 36 Pfennige. Also 36 dividirt durch 9, giebt 4 Gülden: (s. die vorhergehende Aufgabe.) von 4 Gülden 36 Pfennige abgezogen, bleibt Rest 3 Gülden 18 Groschen.

„Wie viel Gülden kosten 82 Pfd., wenn 1 Pfd. 5 Gr. 3 Pf. gilt? Antw. 20½ Gülden.

Nachdenken dabey.

82 Pfd. müssen 82 mal 5 Gr. 3 Pf. gelten. 5 Gr. 3 Pf. sind aus 1 Gülden der 4te Theil. Also 82 dividirt durch 4, giebt 20½ Gülden.

„Wie viel Thlr. kosten 54 Pfd., wenn 1 Pfd. 5 Gr. 4 Pf. kostet? Antw. 12 Thaler.

Nachdenken dabey.

Da 5 Gr. 4 Pf. aus 2 Thalern der 9te Theil sind, so muß der 9te Theil von 54, nehmlich 6, auch 6 mal 2 Thlr., d. i. 12 Thlr. seyn.

„Wie viel Thaler kosten 72 Pfd., wenn 1 Pfd. 5 Gr. 3 Pf. kostet? Antw. 15 Thlr. 18 Gr.

Nachdenken dabey.

5 Gr. 3 Pf. sind eben so viel als 5 Gr. 4 Pf. weniger 1 Pf. 72 mal 5 Gr. 4 Pf. sind 16 Thlr. (s. das vorhergehende Exempel.) Von 16 Thlrn. 72 Pf. d. s. 6 Gr., abgezogen, bleibt Rest 15 Thlr. 18 Gr.

„1 Elle kostet 4 Gr. 8 Pf., wie viel Gülden kosten 55 Ellen? Antw. 12 Mfl. 4 Gr. 8 Pf.

Nachdenken dabey.

55 Ellen müssen 55 mal 4 Gr. 8 Pf. kosten. Da 4 Gr. 8 Pf der 9te Theil aus 2 Gülden sind, so darf man nur in 55 mit 9 dividiren, und den gefundenen Quotienten mit 2 multipliciren. Also 55 durch 9 dividirt, giebt $6\frac{1}{9}$. Diese $6\frac{1}{9}$ mit 2 multiplicirt, giebt 12 und $\frac{2}{9}$ Gülden, d. i. 4 Gr. 8 Pf.

„Wie viel Thlr braucht man zu 19 Ellen, wenn 1 Elle 10 Gr. 8 Pf. gilt? Antw. 8 Thlr. 10 Gr. 8 Pf.

Nachdenken dabey.

19 Ellen müssen 19 mal 10 Gr. 8 Pf. gelten. 10 Gr. 8 Pf. sind aus 4 Thalern der 9te Theil. Dividirt man also mit 9 in 19, so giebt der Quotient 2 Vierthalerstücken, d. s. 8 Thaler, und $\frac{1}{9}$ aus 4 Thalern, d. i. 10 Groschen 8 Pfennige.

„Wie viel Friedrichsd'or à 5 Thlr. betragen 81 Ellen à 13 Gr. 4 Pf.? Antw. 9 Friedrichsd'or.

Nachdenken dabey.

13 Gr. 4 Pf. sind aus 5 Thalern der 9te Theil. Dividirt man also mit 9 in 81, so findet man 9 Fünfthalerstücken, oder Friedrichsd'or.

„Wie viel Gülden kosten 48 Pfd. à 5 Gr. 3 Pf.? Antw. 12 Gülden.

Nachdenken dabey.

48 Pfd. müssen 48 mal 5 Gr. 3 Pf. kosten. Weil 5 Gr. 3 Pf. aus 1 Gülden der 4te Theil sind, so giebt 48 dividirt durch 4 die Zahl 12, d. i. 12 Gülden.

„Wie viel Thlr. kosten 72 Pfd. à 6 Gr. 4 Pf.? Antw. 19 Thlr.

Nachdenken dabey.

72 Pfd. müssen 72 mal 6 Gr. 4 Pf. gelten. 72 Gr. sind 3 Thlr., also müssen 72 Gr. 6 mal genommen 6 mal 3 Thlr., d. i. 18 Thaler, seyn. Zu diesen 18 Thalern müssen 72 Pfennige, d. s. 6 Gr. 4 mal dazu addirt werden. Dieses giebt 19 Thlr. Oder man sage: 6 Gr. sind aus 1 Thlr. der 4te Theil. Also $\frac{72}{4} = 18$ Thlr. Dazu addirt 72 mal 4 Pf., d. i. 1 Thlr., thut 19 Thlr. Oder: 6 Gr. 4 Pf. sind eben so viel als 5 Gr. 4 Pf. + 1 Gr. Also 9 in 72 dividirt, giebt 8 Zweythalerstücken; dazu 72 Gr. addirt, thut 19 Thlr.

„Wie viel Thaler betragen 300 Ellen à 2 Gr. 3 Pf.? Antw. 28 Thlr. 3 Gr.

Nachdenken dabey.

300 Ellen müssen 300 mal 2 Gr. 3 Pf. kosten. 2 Gr. 3 Pf. sind 9 Dreyer. Da 100 Dreyer 1 Thlr. 1 Gr. sind, so müssen 300 Dreyer 3 Thlr. 3 Gr. seyn. Weil nun 300 Ellen nicht 1 Dreyer, sondern 9 Dreyer kosten, so müssen also 3 Thlr. 3 Gr. 9 mal genommen werden; und dadurch erlangt man das richtige Facit, nehmlich 28 Thaler 3 Gr. Oder man sage: 300 Zweygroschenstücken

sind 25 Thlr. Dazu noch 300 Dreyer d. i. 3 Thlr. 3 Gr. addirt, giebt 28 Thlr. 3 Gr.

„Wenn 1 Stück 11 Gr. 8 Pf. kostet, wie viel Dukaten à 2 Thlr. 22 Gr. betragen 126 Stück? Antw. 21 Dukaten.

Nachdenken dabey.

126 Stück müssen auch 126 mal 11 Gr. 8 Pf. kosten. Da 11 Gr. 8 Pf. aus dem Dukaten zu 2 Thlr. 22 Gr. gerechnet, der 6te Theil sind, so darf man also nur mit 6 in 126 dividiren. Der Quotient, welcher 21 ist, giebt die zu wissen verlangten Dukaten.

„Wie viel Thlr. betragen 72 Pfd. à 9 Gr. 4 Pf.? Antw. 28 Thlr.

Nachdenken dabey.

72 Pfd. müssen auch 72 mal 9 Gr. 4 Pf. kosten. 72 Gr. sind 3 Thlr., folglich sind auch 72 Neungroschenstücken 9 mal 3 Thlr., d. i. 27 Thlr. Dazu addirt 72 Pfennige, d. i. 6 Gr. viermal. Also 27 Thlr. + 1 Thlr. = 28 Thlr. Oder man sage: 9 Gr. 4 Pf. sind aus $3\frac{1}{2}$ Thalern der neunte Theil. 72 also durch 9 dividirt, giebt 8; und 8 $\times$ $3\frac{1}{2}$ = 28 Thlr.

„Wie viel Gülden kosten 96 Stück à 8 Gr. 9 Pf.? Antwort 40 Gülden.

Nachdenken dabey.

96 Stück müssen 96 mal 8 Gr. 9 Pf. kosten. 8 Gr. 9 Pf. sind aus 5 Gülden der 12te Theil. Wenn man also 96 durch 12 dividirt, und den gefundnen Quotienten mit 5 multiplicirt, so erhält man dadurch das richtige Facit, nehmlich 40 Gülden.

„Wie viel Thlr. kosten 36 Ellen, wenn 1 Elle 9 Gr. 8 Pf. kostet? Antw. 14 Thlr. 12 Gr.

Nachdenken dabey.

36 Ellen müssen auch 36 mal 9 Gr. 8 Pf. kosten. 9 Gr. 8 Pf. sind eben so viel als 10 Gr. 8 Pf. weniger 1 Gr. Da 10 Gr. 8 Pf. der 9te Theil aus 4 Thlrn. sind, so sage man: 9 in 36 dividirt, giebt 4 Viertthalerstücken, oder welches eben dasselbe ist, 16 Thlr. Hiervon abgezogen 36 Gr., bleibt Rest 14 Thlr. 12 Gr.

„Wie viel Gülden betragen $45\frac{1}{2}$ Pfd., wenn 1 Pfd. 11 Gr. 8 Pf. kostet? Antw. 25 Gülden 5 Gr. 10 Pf.

Nachdenken dabey.

$45\frac{1}{2}$ Pfd. müssen auch $45\frac{1}{2}$ mal 11 Gr. 8 Pf. kosten. 11 Gr. 8 Pf. sind aus 5 Gülden der 9te Theil. Dividirt man also mit 9 in 45 und multiplicirt die gefundene Zahl mit 5, so erhält man 25 Gülden. Da noch ein halbes Pfd. vorhanden ist, so wird zu diesem Betrage noch die Hälfte von 11 Gr. 8 Pf. d. i. 5 Gr. 10 Pf. addirt. Dadurch kommt das richtige Facit 25 Gülden 5 Gr. 10 Pf. zum Vorschein.

„Wie viel Thlr. mußte Karl von Fritzen bekommen, als er ihm 360 Ellen à 14 Gr. 8 Pf. abgeliefert hatte? Antw. 220 Thaler.

Nachdenken dabey.

360 Ellen müssen auch 360 mal 14 Gr. 8 Pf. kosten. 14 Gr. 8 Pf. sind aus $5\frac{1}{2}$ Thlr. der 9te Theil. Also mit 9 in 360 dividirt giebt 40, und $40 \times 5\frac{1}{2} = 220$ Thlr.

„Wie viel hatte Heinrich an 200 Ellen, wovon er die Elle zu 5 Gr. 9 Pf. eingekauft, und zu 7 Gr. 6 Pf. wieder verkauft hatte, Profit? Antw. 14 Thlr. 14 Gr.

Nachdenken dabey.

An jeder Elle hatte er 1 Gr. 9 Pf., und also an 200 Ellen 200 mal 1 Gr. 9 Pf. Profit. 1 Gr. 9 Pf. sind 7 Dreyer. Da 200 Dreyer 2 Thlr. 2 Gr. sind, so betragen 200 Ellen à 7 Dreyer 7 mal 2 Thlr. 2 Gr., d. i. 14 Thlr. 14 Gr.

„Wenn 1 Pfd. 15 Gr. 9 Pf. kostet, wie viel Gülden kosten da 48 Pfd.? Antw. 36 Gülden.

Nachdenken dabey.

48 Pfd. kosten 48 mal so viel als 1 Pfd. 15 Gr. 9 Pf. sind der 4te Theil aus 3 Gülden. Dividirt man also mit 4 in 48, und multiplicirt die gefundene Zahl 12 mit 3, so erhält man zum Produkt die Zahl 36, als welche das richtige Facit ist. Man könnte auch sagen, 15 Gr. 9 Pf. sind 1 Gülden, weniger $\frac{1}{4}$ Gülden. Wird also der vierte Theil von 48 Gülden abgezogen, so giebt der Rest, nehmlich 36 Gülden, das richtige Facit.

„Wenn die Elle Zeug 8 Gr. 9 Pf. kostet, wie viel Stück Dukaten à 2 Thlr. 22 Gr. kosten 64 Ellen? Antw. 8 Stück Dukaten.

Nachdenken dabey.

64 Ellen kosten 64 mal so viel als 1 Elle. 8 Gr. 9 Pf. sind aus dem Dukaten à 2 Thlr. 22 Gr. der 8te Theil. Dividirt man also mit 8 in 64, so giebt der Quotient das richtige Facit, nehmlich 8 Stück Dukaten.

„Wilhelm hatte 20 Thlr. Er kaufte sich von diesem Gelde 18 Ellen Leinwand à 6 Gr. 8 Pf. Wie viel behielt er übrig? Antw. 15 Thlr.

Nachdenken dabey.

18 Ellen kosten 18 mal 6 Gr. 8 Pf. Da 6 Gr. 8 Pf. aus $2\frac{1}{2}$ Thlrn. der 9te Theil sind, so muß man mit 9 in 18 dividiren, und die dadurch gefundene Zahl 2 mit $2\frac{1}{2}$ multipliciren. Das Produkt ist 5 Thlr. Die 5 Thlr. von 20 Thlrn. abgezogen lassen Rest 15 Thlr.

„Wie viel Gülden betragen $81\frac{1}{2}$ Pfund à 16 Gr. 4 Pf.? Antw. 63 Gülden 8 Gr. 2 Pf.

Nachdenken dabey.

$81\frac{1}{2}$ Pfund müssen $81\frac{1}{2}$ mal 16 Gr. 4 Pf. kosten. Da 16 Gr. 4 Pf. aus 7 Gülden der 9te Theil sind, so divi-

dire man mit 9 in 81, und multiplicire sodann mit 7 den gefundenen Quotienten. Dieses Verfahren bringt 63 Gulden zum Vorschein. Dazu addire man für das halbe Pfund noch die Hälfte von 16 Gr. 4 Pf., d. s. 8 Gr. 2 Pf., als wodurch das richtige Facit erhalten wird.

„Wie viel Thlr. betragen 46 Stück, wenn 1 Stück 18 Gr. 8 Pf. kostet? Antw. 35 Thlr. 18 Gr. 8 Pf.

Nachdenken dabey.

46 Stück müssen 46 mal 18 Gr. 8 Pf. kosten. 18 Gr. 8 Pf. sind der 9te Theil aus 7 Thalern. Nimmt man erst 45, und dividirt mit 9 in diese Zahl, so werden 5 Siebenthalerstücken, d. s. 35 Thlr. gefunden. Dazu addire man noch 18 Gr. 8 Pf. für das 46ste Stück. Dadurch wird das richtige Facit 35 Thlr. 18 Gr. 8 Pf. erhalten.

„1 Kanne kostet 17 Gr. 8 Pf., wie viel Thlr. kosten 72 Kannen? Antwort 53 Thlr.

Nachdenken dabey.

72 Kannen kosten 72 mal so viel als 1 Kanne. 17 Gr. 8 Pf. sind eben so viel als 18 Gr. 8 Pf. weniger 1 Gr. Man berechne also die 72 Kannen erst auf 18 Gr. 8 Pf., als welche aus 7 Thlrn. der 9te Theil sind. 72 nun durch 9 dividirt, giebt 8 Siebenthalerstücken, d. s. 56 Thlr. Von diesen 56 Thalern müssen 72 Groschen wieder abgezogen werden. Dadurch erhält man das wahre Facit, nehmlich 53 Thlr.

„Christian kaufte 27 Ellen à 21 Gr. 4 Pf. Wie viel Thlr. betrug dieses? Antw. 24 Thlr.

Nachdenken dabey.

27 Ellen kosten 27 mal 21 Gr. 4 Pf. Da 21 Gr. 4 Pf. der 9te Theil aus 8 Thalern sind, so muß man mit 9 in 27 dividiren, und die gefundene Zahl 3 sodann mit

8 multipliciren, als wodurch das richtige Facit 24 Thlr. zum Vorschein kommt. Oder man sage; 21 Gr. 4 Pf. sind eben so viel als 1 Thlr. weniger ⅑ Thlr. Also 27:9 giebt 3 Thlr. Diese 3 Thlr. von 27 Thalern abgezogen, lassen Rest 24 Thlr.

„Wie viel Gulden kosten 37 Pfd à 2 Gr. 8 Pf.? Antw. 6 Gulden 2 Gr. 8 Pf.

Nachdenken dabey.

37 Pfd. müssen 37 mal so viel als 1 Pfd. kosten. Da 2 Gr. 8 Pf. aus 1 Gulden der 6te Theil sind, so muß mit 6 in 37 dividirt werden. Dadurch erhält man 6⅙, d. i. 6 Gulden 2 Gr. 8 Pf.

„Wie viel Gülden kosten 66 Ellen à 17 Gr. 6 Pf.? Antw. 55 Gülden.

Nachdenken dabey.

66 Ellen müssen 66 mal 17 Gr. 6 Pf. kosten. 17 Gr. 6 Pf. sind aus 5 Gülden der 6te Theil. Wenn man 66 also durch 6 dividirt, und den gefundenen Quotienten mit 5 multiplicirt, so erhält man dadurch das richtige Facit, nehmlich 55 Gülden.

„Wie viel Gülden kosten 96 Pfd. à 19 Gr. 3 Pf.? Antw. 88 Gülden.

Nachdenken dabey

96 Pfd. müssen 96 mal so viel als 1 Pfd. gelten. 19 Gr. 3 Pf. sind aus 11 Gülden der 12te Theil. Dividirt man also mit 12 in 96, und multiplicirt den Quotienten mit 11, so findet man das richtige Facit, nehmlich 88 Gülden. Oder man sage: 19 Gr. 3 Pf. sind eben so viel als 1 Gülden weniger 1 Gr. 9 Pf., d. i. $\frac{1}{12}$ Gülden. Zieht man nun den 12ten Theil von 96 Gülden ab, so findet man ebenfalls das richtige Facit.

„Friedrich verkaufte 63 Ellen Tuch à 20 Gr. 4 Pf. Wie viel Thaler erhielt er dafür? Antw. 53 Thaler 9 Gr.

Nachdenken dabey.

63 Ellen kosten 63 mal 20 Gr. 4 Pf. Um zu erfahren, wie viel dieses Thaler betrage, sage man: 20 Gr. 4 Pf. sind eben so viel, als 21 Gr. 4 Pf., weniger 1 Groschen. Nun rechne man aus, wie viel Thaler 63 Ellen à 21 Gr. 4 Pf. betragen. Da 21 Gr. 4 Pf. der 9te Theil aus 8 Thalern sind, so giebt 63 durch 9 dividirt 7 Achtthalerstücken, oder welches einerley ist, 56 einzelne Thaler. Zieht man nun von 56 Thalern 63 Groschen, d. i. 2 Thlr. 15 Gr. ab, so giebt der Rest das richtige Facit, nehmlich 53 Thlr. 9 Gr.

„Wenn 1 Elle 22 Gr. 4 Pf. kostet, wie viel Thlr. werden 72 Ellen kosten? Antw. 67 Thaler.

Nachdenken dabey.

72 Ellen müssen 72 mal so viel als 1 Elle kosten. Man zerlege nun 22 Gr. in 21 Gr. 4 Pf. und 1 Gr. 72 mal 21 Gr. 4 Pf. sind 64 Thaler, denn $72 : 9 \times 8 = 64$. (S. die vorhergehende Aufgabe.) Zu 72 Thalern addire man nun noch 72 Groschen, d. i. 3 Thlr. Beyde Posten zusammen geben also das richtige Facit, nehmlich 67 Thaler. Man könnte auch zur Berechnung dieser Aufgabe folgenden Weg einschlagen. Wenn die Elle 1 Groschen kostete, so müßten 72 Ellen 72 Groschen, d. i. 3 Thlr., kosten. Da nun aber jede Elle 22 Gr. kostet, so müssen 72 Ellen auch 22 mal 3 Thaler, d. i. 66 Thaler kosten. Jede Elle kostet nun aber auch noch 4 Pfennige. 72 mal 4 Pfennige sind 1 Thaler. Also $66 + 1$ Thaler $=$ 67 Thaler.

„Wie viel Thlr. betragen 54 Ellen à 22 Gr. 8 Pf.? Antw. 51 Thaler.

Nachdenken dabey.

54 Ellen müssen 54 mal so viel als 1 Elle kosten. Um zu erfahren, wie viel dieses Thaler betragen, so sage man: 22 Gr. 8 Pf. sind eben so viel als 1 Thlr. weniger 1 Gr.

4 Pf. oder $\frac{1}{18}$ Thlr. 54 Ellen betragen also 54 Thlr. weniger $\frac{54}{12}$ Thaler oder 3 ganze Thaler, d. i., 51 Thlr.

„Wie viel Ellen muß man für 6 Thlr. bekommen, wenn die Elle 2 Gr. 8 Pf. kostet? Antw. 54 Ellen.

Nachdenken dabey.

Wenn man für 2 Gr. 8 Pf. 1 Elle bekommt, so muß man für 1 Thlr. 9 Ellen bekommen, denn 2 Gr. 8 Pf. sind $\frac{1}{9}$ Thlr. Bekommt man aber für 1 Thlr. 9 Ellen, so muß man für 6 Thlr. sechsmal 9, d. i. 54 Ellen, bekommen. Man darf also nur mit der Zahl 9 die 6 Thlr. multipliciren. Das gefundene Produkt giebt die richtige Zahl der zu wissen verlangten Ellen: denn so viel 6 Thlr. Zehnkreuzer sind, so viel müssen auch Ellen erhalten werden, weil jede Elle einen Zehnkreuzer kostet.

„Wie viel Pfd. erhält man für 18 Thlr., wenn man für 5 Gr. 4 Pf. 1 Pfd. bekommt? Antw. 81 Pfd.

Nachdenken dabey.

5 Gr. 4 Pf. sind ein Zwanzigkreuzer. Wenn nun 1 Pfd. einen Zwanzigkreuzer kostet, so muß man für 18 Thlr. eben so viel Pfunde bekommen, als 18 Thlr. Zwanzigkreuzer betragen. Wie viel 18 Thlr. Zwanzigkreuzer betragen, kann man leicht berechnen. Man dividire mit 2 in 18, und multiplicire sodann den gefundenen Quotienten, nehmlich die Zahl 9, mit 9. Das Produkt giebt die Zahl der Zwanzigkreuzer, nehmlich 81. Durch die Division mit 2 in 18 erhält man Zweythalerstücken, denn 18 einzelne Thaler sind 9 Zweythalerstücken. Da 9 Zwanzigkreuzer 2 Thlr. sind, so müssen also auch 9 Zweythalerstücken, 9 mal 9 Zwanzigkreuzer seyn.

„Wie viel Stück muß Ferdinand für 90 Thlr. erhalten, wenn er für jedes Stück 10 Gr. 8 Pf. bezahlen soll? Antw. 202$\frac{1}{2}$ Stück.

Nachdenken dabey.

Wenn man für 10 Gr. 8 Pf. 1 Stück erhält, so muß man für 90 Thlr. eben so viel Stück bekommen, als 10 Gr. 8 Pf. in 90 Thalern stecken. Wie viel mal stecken nun 10 Gr. 8 Pf. in 90 Thalern? Dieses kann man auf zweyerley Wege sehr leicht finden. Man multiplicire nehmlich entweder die Zahl 90 mit 9 und dividire in das gefundene Produkt mit 4: also $\frac{90 \times 9}{4}$; oder man dividire in die Zahl 90 mit 4, und multiplicire den gefundenen Quotienten mit 9: aslo $\frac{90}{4} \times 9$. Auf beyden Wegen erlangt man das richtige Facit, nehmlich $202\frac{1}{2}$. Der Grund davon ist folgender. 10 Gr. 8 Pf. sind $\frac{4}{9}$ Thlr., oder welches einerley ist, der 9te Theil aus 4 Thalern.

Anmerkung. Auf diesem Wege lassen sich überaus viel Aufgaben der Art kurz und schnell ausrechnen. Je mehr ihrer der Lehrer bildet, und sie den Rechenschülern zu berechnen vorlegt, desto vollkommner werden die Schüler im Rechnen. Bey einer genauen Bekanntschaft mit den Tabellen findet sich auch Stoff genug zu Bildung solcher Aufgaben.

„Wenn 7 Pfd. 18 Gr. 8 Pf. kosten, wie viel Thlr. müssen da 63 Pfd. gelten? Antw. 7 Thlr.

Nachdenken dabey.

Wenn 7 Pfd. 18 Gr. 8 Pf., oder welches einerley ist $\frac{7}{9}$ Thlr. gelten, so muß 1 Pf. 2 Gr. 8 Pf. oder $\frac{1}{9}$ Thlr. kosten: und wenn 1 Pfd. $\frac{1}{9}$ Thlr. gilt, so müssen 63 Pfd. $\frac{63}{9}$ Thlr., das ist 7 Thaler gelten. Oder man sage: so oft 7 Pfd. in 63 Pfd. stecken, so oft müssen auch 18 Gr. 8 Pf. oder $\frac{7}{9}$ Thaler bezahlt werden. 7 Pfund stecken in 63 Pfund 9 mal. Also müssen $\frac{7}{9}$ Thaler 9 mal bezahlt werden. Aber $\frac{7 \times 9}{9} = 7$ Thlr.

„Wie viel Thaler kosten 54 Ellen, wenn man für 1 Thlr. 10 Gr. 4. Pf. 13 Ellen bekommt? Antw. 6 Thlr.

Nachdenken dabey.

1 Thlr. 10 Gr. 4 Pf. sind $\frac{13}{9}$ Thlr. Wenn also 13 Ellen $\frac{13}{9}$ Thlr. kosten, so muß 1 Elle $\frac{1}{9}$ Thlr. gelten; und wenn 1 Elle $\frac{1}{9}$ Thlr. gilt, so müssen folglich auch 54 Ellen $\frac{54}{9}$ Thlr., d. i. 6 Thlr., gelten.

„6 Pfd. kosten 1 Thlr. 7 Gr. 6 Pf., wie viel Thlr. kosten 72 Pfd.? Antw. 15 Thlr. 18 Gr.

Nachdenken dabey.

Eben so viel mal als 6 Pfd. in 72 Pfund stecken, eben so viel mal muß man auch 1 Thlr. 7 Gr. 6 Pf. bezahlen. Nun stecken 6 Pfd. in 72 Pfd. 12 mal, also muß man auch 12 mal 1 Thlr. 7 Gr. 6 Pf., d. i. 12 Thlr., 7 halbe Thaler und 12 Sechser, oder 15 Thaler 18 Gr. bezahlen. Man könnte aber auch folgendermaßen verfahren. Wenn 6 Pfund 1 Thlr. 7 Gr. 6 Pf. kosten, so gilt 1 Pfd. 5 Gr. 3 Pf., und folglich müssen auch 72 Pfd. 72 mal 5 Gr. 3 Pf. gelten. 72 mal 1 Gr. sind 3 Thlr. 72 mal 5 Gr. sind also 5 mal 3 oder 15 Thlr. Dazu noch 72 Dreyer, d. i. 18 Groschen addirt, giebt zum Facit 15 Thaler 18 Groschen. Oder: 5 Groschen 3 Pfennige sind eben so viel als 5 Gr. 4 Pf. weniger 1 Pfennig. Also $\frac{72}{9} \times 2$ = 16 Thlr. Davon 6 Gr. abgezogen, bleibt Rest 15 Thlr. 18 Gr. 5 Gr. 4 Pf. sind nehmlich der 9te Theil aus 2 Thalern.

„Wenn 5 Pfund 11 Gr. 8 Pf. kosten, wie viel Gülden muß man für 55 Pfund bezahlen? Antw. 6 Gülden 2 Gr. 4 Pfennige.

Nachdenken dabey.

11 Gr. 8 Pf. sind $\frac{5}{9}$ Gülden. Wenn nun 5 Pfd. $\frac{5}{9}$ Gülden kosten, so muß 1 Pfund $\frac{1}{9}$ Gülden, und 55 Pfund müssen $\frac{55}{9}$ Gülden, d. i. 6 Gülden 2 Gr. 4 Pf. kosten Oder man sage: eben so viel mal 5 Pfund in 55 Pfund.

stecken, eben so viel mal muß man $\frac{5}{9}$ Gulden bezahlen. Da nun 5 in 55, 11 mal steckt, so muß man auch 11 mal $\frac{5}{9}$ Gulden bezahlen: $\frac{11 \times 5}{9} = 6\frac{1}{9}$ Gulden.

Hat der Lehrer seine Schüler in den Aufgaben mit sortirten Zahlen hinlänglich geübt, und sie mehrere derselben selbst entwerfen und diktiren lassen, so kann er endlich den Uebergang zu den vermischten Aufgaben machen, und dabey mehrere Exempel in eins zusammen verbinden. Dadurch werden die Rechenschüler im Denken immer mehr geübt; sie finden eine neue Veranlassung, das Vorige zu wiederholen, und ihr Vergnügen wächst, indem sich ihnen gleichsam ein neues Feld eröffnet, in welchem sie noch mehr Mannichfaltigkeit und Abwechslung erblicken. Auch für den Lehrer selbst hat das Diktiren vermischter Aufgaben keinen geringen Nutzen. Er erfährt dadurch, was und wie viel ein jeder seiner Rechenschüler von dem Vorigen behalten hat, und wo diesem oder jenem noch nachgeholfen werden muß. Indem er seine Schüler im Denken, Schließen und Vergleichen übt, übt er sich selbst mit, und das Vergnügen seiner Schüler wird für ihn eine Quelle des eigenen Vergnügens. Bey den ersten Versuchen kommt auf das Gelingen oder Mißlingen derselben, zumal bey Kindern, sehr viel an. Mißlingen ihnen die ersten Versuche, so verlieren sie die Lust, werden abgeschreckt, und behalten eine stete Abneigung dagegen. Der Lehrer thut daher wohl, wenn er theils die ersten Versuche so leicht als möglich anstellt, theils die Rechenschüler auf die in der Aufgabe vorkommenden Rechnungen etwas vorbereitet. Ich will

einige solcher vermischter Aufgaben hier ansetzen, und dabey zugleich die Vorbereitung darauf vor einer jeden Aufgabe vorausschicken.

Vorbereitung.

„Wenn 1 Pfd. 1 Gr. kostete, wie viel Groschen würde man für 72 Pfd. geben müssen? Antw. 72 Groschen. Wie viel machen 72 Groschen Thaler? Antwort 3 Thaler. Wenn nun aber 1 Pfund nicht 1 Groschen, sondern 6 Groschen kostete, würden da wohl 3 Thaler zum Einkauf der 72 Pfund hinreichend seyn? Antw. Nein. Wie viel Thlr. müßte man denn geben? Antw. 3 Thaler 6 mal. Und wie viel sind 3 Thaler 6 mal genommen? Antw. 18 Thaler. Sehet hieraus, Kinder, wie leicht man auf diesem Wege Exempel der Art ausrechnen kann. Wenn mich jemand fragte, wie viel Thaler 48 Pfund betragen müßten, wenn 1 Pfund 17 Groschen kostete, so würde ich, um ihm das richtige Facit zu sagen, weiter nichts zu thun nöthig haben, als die Zahl 2 mit 17 zu multipliciren, wodurch das richtige Facit 34 Thlr. augenblicklich gefunden wird. Denn wenn 1 Pfd. nur 1 Gr. kostete, so würden 48 Pfd. auch nur 2 Thaler machen. Da aber 1 Pfd. 17 Gr. kostet, so muß man für die 48 Pfd. auch 17mal 2 Thlr. bezahlen. Wenn ihr also 24 Pfd., oder 48 Pfd., oder 72 Pfd., oder 96 Pfd., oder 120 Pfd., oder 144 Pfd., oder 168 Pfd., oder 192 Pfd., oder 216 Pfd. u. s. w. zu einem gewissen Preiße von Groschen einmal auszurechnen bekommt, und ihr erinnert euch dabey an diesen Weg, so wird euch die Berechnung gewiß nicht schwer fallen.“

„Wenn man 17 Groschen mit 7 multiplicirt, wie viel Groschen erhält man dadurch? Antw. 119 Groschen. Der wie vielste Theil sind also auch 17 Groschen aus 119 Groschen? Antw. der 7te. Wie viel Thaler betragen denn 120 Groschen? Antw. 5 Thaler. Wenn ich 119 Groschen habe, so habe ich also 5 Thlr., nicht wahr? Antw. Nein, sondern nur 5 Thlr. weniger 1 Groschen. Jemand hatte 6 mal 119 Groschen; wenn er nun gesagt hätte, ich habe 6 mal 15 Thaler weniger 6 Groschen, hätte er da richtig gesprochen? Antw. Ja. Kann man also auch sagen: 17 Groschen sind in 5 Thlr. weniger 1 Groschen der 7te Theil; statt zu sagen; 17 Groschen sind aus 119 Groschen der 7te Theil? Antw. Ja. Jetzt setzt einmal, daß der Friedrichsd'or zu 5 Thlr. gerechnet wird, und sagt mir nun, ob man nicht auch behaupten kann, daß 17 Gr. aus 1 Friedrichsd'or weniger 1 Gr., der 7te Theil sey. Antw. Ja, das kann man richtig behaupten. Wenn nun 1 Pfd. 17 Groschen kostete, und man sollte sagen, wie viel Friedrichsd'or à 5 Thlr. 49 Pfund kosten müßten, wie könnte man dieses sehr kurz ausrechnen? Antw. Man müßte mit 7 in die 49 dividiren, und dadurch bekäme man 7 Friedrichsd'or weniger 7 Groschen. Richtig. Aber warum müßte man mit der 7 dividiren? Antw. Weil 17 Groschen aus dem Friedrichsd'or weniger 1 Groschen der 7te Theil sind. Nun merkt euch dieses, damit ihr geschwind bey einer Aufgabe der Art das richtige Facit finden könnet.

Aufgabe.

„Ein Kaufmann verkaufte 168 Ellen, die Elle zu 9 Gr. Eben so viel Pfund, als er für seine 168 Ellen Thaler erhielt, verkaufte er, das Pfund zu 17 Groschen. Die Zah-

lung dafür war auf Friedrichsd'or à 5 Thaler gestellt. 8 Stück dieser Friedrichsd'or verwendete er auf den Einkauf verschiedener Hausgeräthe, und das übrige Geld legte er zu den Thalern, die er aus den 168 Ellen gelößt hatte. Nach Verlauf einiger Zeit lieh er 67 Thaler von diesem Gelde einem guten Freunde, und den Rest schenkte er zwey Knaben. Diese theilten ihn in gleiche Theile. Wie viel betrug der Theil? Antw. 7 Gr. 6 Pf.

Berechnung.

168 Ellen à 9 Groschen betragen 63 Thaler. Eben so viel Pfund, nehmlich 63, wurden à 17 Gr. verkauft. Dieses beträgt 9 Friedrichsd'or weniger 9 Groschen. Davon 8 Friedrichsd'or abgezogen, bleibt Rest 1 Friedrichsd'or weniger 9 Groschen, oder 4 Thaler 15 Gr. Diese 4 Thlr. 15 Gr. zu 63 Thlrn. addirt, geben 67 Thlr. 15 Gr. 67 Thlr. davon abgezogen, bleibt Rest 15 Gr. 15 Gr. dividirt durch 2, geben 7 Gr. 6 Pf.

Vorbereitung.

„Wenn 1 Pfund 13 Gr. kostet, wie viel Thaler müssen da 48 Pfund gelten? Antw. 13 mal 2 Thaler d. i. 26 Thaler. Wenn man zu den 48 Pfunden noch 1 Pfund hinzu setzte, und also 49 Pfund nähme, wie viel müßte man da auch zu den 26 Thalern noch hinzu setzen? Antw. 13 Gr. Richtig. Sehet hieraus Kinder, wie man sich helfen könnte, wenn man ausrechnen sollte, wie viel Thaler 49 Pfund à 13 Groschen kosten müßten. Man könnte nehmlich sagen: 49 Pfund sind eben so viel als 48 Pfund und 1 Pfund. Nun rechnete man erst nach der vorigen Anweisung die 48 Pfund aus, und setzte sodann zum Facit noch den Preiß des einstweilen von der Zahl 49 abgesonderten einzelnen Pfundes hinzu. Merkt euch diese Art des Verfahrens, und wendet sie

jedes Mal an, wenn euch Aufgaben der Art vorgelegt werden, wo die Zahlen der zu berechnenden Pfunde nicht gerade 24, 48, 72, 96 u. s. w. sind.“

„Wenn man berechnen sollte, wie viel 1 Pfund kosten müßte, wenn 8 Pfund 5 Thaler gelten; so sehet ihr wohl ein, daß es den 8ten Theil von 5 Thalern kosten muß, denn die Werthe der Dinge verhalten sich zu einander eben so, wie sich die Dinge selbst verhalten. Nun laßt uns einmal jetzt den 8ten Theil von 5 Thalern suchen. Wie viel Groschen sind 5 Thaler? Antw. 120 Groschen. Womit muß man nun in die 120 Groschen dividiren, um den 8ten Theil zu finden? Antw. Mit der Zahl 8. Thue es, und sage mir sodann, wie viel du findest. Antw. 15 Groschen. Also ist der 8te Theil aus 5 Thalern 15 Groschen. Jetzt laßt uns versuchen, ob wir nicht auf einem kürzern Wege den 8ten Theil aus 5 Thalern finden können. Dividire einmal mit 8 in 5, und siehe zu, was du findest. Antw. $\frac{5}{8}$. Wie viel ist $\frac{1}{8}$ Thlr.? Antw. 3 Groschen. Wie viel müssen also $\frac{5}{8}$ Thlr. seyn? Antw. 15 Groschen? Ist nun dieser Weg nicht kürzer als der vorige? Antw. Ja, gewiß. Nun so geht ihn allemal, wenn dergleichen Fälle vorkommen. Ihr habt dabey, wie ihr sehet, weiter nichts zu thun nöthig, als daß ihr den Nenner des Bruchs untersuchet, und sodann, wenn ihr gefunden habt, wie viel z. B. $\frac{1}{9}$ Thlr. oder $\frac{1}{8}$ Thlr., oder $\frac{1}{6}$ Thlr. u. s. w. beträgt, den Betrag so viel mal nehmet, als der Zähler des Bruchs Einheiten in sich enthält.

Augabe.

„Louise hatte sich für ihre gesammelten 5 Thaler 12 Ellen Kattun zu einem Kleide gekauft. Ihre Schwester Ju-

lie, welcher dieser Kattun gefiel, kaufte von eben diesem Stück 49 Ellen, und zwar die Elle zu dem nehmlichen Preiße. Sie that es in der Absicht, um ihren 4 Mitschülerinnen, welche zwar sehr arm, aber fleißig und gesittet waren, ein Geschenk damit zu machen. Als Louise dieses erfuhr, so tadelte sie ihre Schwester, und äußerte dabey, daß sie es der Mutter sagen wollte, wenn sie nicht den Mitschülerinnen bey Ueberreichung des Geschenks die Erklärung thun würde, daß sie auch die Hälfte des Kattuns mit bezahlt hätte. Julie dachte bey sich selbst, die Ehre kannst du deiner eiteln Schwester gar gern lassen, das Gute muß man ja ohnehin nicht aus Ruhmbegierde thun, und versprachs ihr nicht nur, sondern erklärte sogar ihren Mitschülerinnen, daß das Geschenk ganz allein von ihrer Schwester herrühre. Wenn nun aber Louise wirklich die Hälfte zum Kattun gegeben hätte, so fragt sichs, wie viel würde dieses betragen haben? Antw. 10 Thlr. 5 Gr.

Berechnung.

Die Elle Kattun kostet $1\frac{1}{2}$ Thlr., d. i. 10 Gr. 49 Ellen müssen also 20 Thlr. 10 Gr. kosten. Die Hälfte davon ist 10 Thlr. 5 Gr.

Aufgabe ohne Vorbereitung.

„Jemand verkaufte 97 Ellen Zeug à 9 Gr., und bezahlte von diesem Gelde eine Schuld von 5 Thalern und 9 Gr. Nach wenig Tagen besuchte ihn ein guter Freund, und bot ihm ein Stück Leinwand, welches 72 Ellen hielt, zum Verkauf an. Da ihm das ganze Stück zu viel war, so kaufte er davon nur den dritten Theil, und bezahlte für jede Elle 7 Groschen. Für den 3ten Theil seines von den verkauften 97 Ellen noch übrigen Geldes kaufte er seiner Schwester 9 Ellen Spitzen. Es fragt sich, wie viel kam die Elle dieser Spitzen? Antwort $\frac{8}{9}$ Thaler oder 21 Groschen 4 Pfennige.

Berechnung.

97 Ellen à 9 Gr. betragen 36 Thlr. 9 Gr. Von diesem Gelde 5 Thlr. 9 Gr. abgezogen, bleibt Rest 31 Thaler. Der dritte Theil von 72 Ellen à 7 Gr. beträgt 7 Thaler. Von 31 Thalern diese 7 abgezogen, bleibt Rest 24 Thaler Der 3te Theil von 24 Thalern sind 8 Thlr. Für 8 Thlr. sind 9 Ellen gekauft worden, mithin muß die Elle $\frac{8}{9}$ Thlr. kosten.

Vorbereitung.

Wenn man ausrechnen sollte, wie viel zum Beyspiel 48 Pfund à 7 Gr. Thlr. kosten müßten: so dürfte man, wie ihr wisset, nur 2 mit 7 multipliciren, um das richtige Facit zu erhalten, denn da 48 Pfund à 1 Gr., 2 Thlr. kosten, so müssen diese 48 Pfund à 7 Gr. nothwendig 2 Thaler 7 mal, d. i. 14 Thlr. kosten. Allein wenn man nun ausrechnen sollte, wie viel Thaler 47 Pfund à 7 Gr. kosten müßten, wie könnte man dieses geschickt angreifen? Antw. Man müßte das Exempel erst auf 48 Pfund berechnen, und nachher von den gefundenen Thalern den Preiß des Pfundes, das man einstweilen, um sich dadurch die Berechnung zu erleichtern, zu den 47 Pfunden hinzu gesetzt hatte, wieder abziehen. Richtig: Benutzet also auch diesen Rechnungsvortheil, so oft als ihr in Exempeln dazu Gelegenheit findet, damit ihr euch das Rechnen im Kopfe nicht ohne Noth erschweret. Jetzt wollen wir aber doch einmal ein Exempel versuchen, damit ich erfahre, ob ihr gehörig zusetzet und abziehet.

„Wie viel Thlr. kosten 166 Pfd. à 7 Gr.?“

Was willst du nun thun, um dieses Exempel richtig und ohne viele Mühe auszurechnen A.? Ich will einstwei-

len zu den 166 Pfunden 2 Pfund hinzusetzen. Und warum gerade 2 Pfund? A. Weil ich dadurch die Zahl 168 bekomme, und ich nun sagen kann: 7 mal 7 Thlr. sind 49 Thaler. Aber bist du nun mit deiner Arbeit fertig? A. Noch nicht ganz. Jetzt muß ich nehmlich noch den Preiß von den angenommenen 2 Pfunden, d. i. 14 Gr. wieder von den 49 Thalern abziehen. Und wie viel bleibt da Rest? A. 48 Thlr. 10 Gr. Und was sind nun diese 48 Thlr. 10 Gr.? A. Das richtige Facit. Diese Art zu rechnen, Kinder, wird euch auch bey solchen Exempeln eine große Erleichterung verschaffen, wie ich alleweile einige diktiren will:

„Wie viel Thlr. betragen 53 Pfd. à 10 Gr. 8 Pf.?"

Sagt hier: 53 Pfund sind gleich 54 Pfund weniger 1 Pfund. Nun dividirt mit 9 in 54, und sagt mir, wie viel Vierthalerstücken ihr findet. Antwort 6 Vierthalerstücken, oder 24 einzelne Thaler. Was müßt ihr nun von den 24 Thalern abziehen? Antwort: Den Preiß eines Pfundes, nehmlich 10 Gr. 8 Pf. Was kommt sodann zum Vorschein? Antw. Das richtige Facit, nehmlich 23 Thlr. 13 Gr. 4 Pf.

Aufgabe.

„Fritz sollte seinem Vater ausrechnen, wie viel Thaler er für 95 Pfund Waare à 9 Gr. bekommen müßte. Er plagte sich mit diesem Exempel lange herum, und fand endlich 37 Thaler 20 Gr. Ey Schade, sprach der Vater, daß du dich verrechnet hast. Wenn dein Bruder Karl nach Hause kommt, und er wird finden, um wie viel Groschen du dich verrechnet hast, so will ich ihm für jeden von dir zu viel gefundenen Groschen einen Zwanzigkreuzer zur Belohnung geben. Als Karl kam, so mußte ihm Fritz das

Exempel diktiren, und er traf das richtige Facit ohne erst eine Feder und Papier dazu in die Hand zu nehmen, in einer halben Minute. Er erhielt nun vom Vater wirklich so viel Zwanzigkreuzer, als Fritz Gr. zu viel gefunden hatte. Wie viel betrugen diese Zwanzigkreuzer Thlr.? Antw. 11 Thlr. 18 Gr. 8 Pf.

Berechnung.

95 Pfund à 9 Gr. betragen 35 Thlr. 15 Gr. Fritz hatte 37 Thlr. 20 Gr. und mithin 53 Gr. zu viel gefunden. Karl erhielt also 53 Zwanzigkreuzer. 9 Zwanzigkreuzer sind 2 Thlr. $5\frac{8}{9} \times 2 = 12$ Thlr. Davon geht ein Zwanzigkreuzer ab. Es bleibt daher Rest 11 Thaler 18 Gr. 8 Pf.

Aufgabe.

„Jemand erhielt 88 Ellen Tuch à 2 Thlr. 6 Gr. Er verkaufte dieses Tuch wieder und lößte daraus 218 Thlr. Die Hälfte seines davon gemachten Profits schenkte er seinem fleißigen Sohne. Dieser kaufte sich von diesem zum Geschenk erhaltenen Gelde 46 Stück Landcharten à 3 Gr. und für 6 Gr. Papier. Nach einiger Zeit kaufte er sich für das noch übrige Geld 9 Stückchen Tusche zum Mahlen. Drey Stückchen davon verkaufte er wieder seinem Freunde, welcher ihm dafür 1 Thlr. 12 Gr. bezahlte. Wie viel Gr. hatte er dabey Profit? Antw. 4 Gr.

Berechnung.

88 Ellen à 2 Thlr. 6 Gr. betragen 198 Thlr. Der Profit an diesen Ellen ist also 20 Thlr. Die Hälfte von 20 Thlr. sind 10 Thlr. Davon gehen ab für Landcharten und Papier 6 Thlr. Da 9 Stück 4 Thlr. kosteten, so kam ihm 1 Stück $\frac{4}{9}$ Thlr. d. i. 10 Gr. 8 Pf. zu stehen. 3 Stück müssen also 1 Thlr. 8 Gr. betragen. Daher ist der Profit 4 Gr.

Aufgabe.

„Fritz besaß 37 Stück Zehnkreuzer, August noch einmal so viel Stück Zwanzigkreuzer, und Heinrich eben so viel als beyde zusammen. Heinrich bezahlte von seinem Gelde 8 Thlr. 13 Gr. 4 Pf. an seinen Bruder August, als welches Geld er ihm schuldig war. August legte die eingenommene Schuld zu seinen Zwanzigkreuzern, und bezahlte davon seinem Bruder Fritz die ihm schuldigen 13 Thaler. Fritz legte die erhaltenen 13 Thaler zu seinen Zehnkreuzern, und kaufte sich nach einiger Zeit von diesem seinem Gelde 46 Ellen Band à 2 Gr. 8 Pf. Als einstmals alle drey Brüder zusammen kamen, machten sie unter sich den Vergleich, ihr sämmtliches Geld zusammen zu schütten, und es nachher wieder in 3 gleiche Theile zu vertheilen. Ein jeder hoffte, seinen Profit dabey zu machen. Es fragt sich nun, wessen Hoffnung wurde erfüllt? Antw. Keines.

Berechnung.

Fritzens 37 St. Zehnkreuzer betragen 4 Thaler 2 Gr. 8 Pf. Augusts 74 St. Zwanzigkreuzer thun 16 Thlr. 10 Gr. 8 Pf. Heinrich besaß daher 16 Thlr. 10 Gr. 8 Pf. + 4 Thlr. 2 Gr. 8 Pf., oder 20 Thlr. 13 Gr. 4 Pf. Davon gab er weg an Augusten 8 Thlr. 13 Gr. 4 Pf. Er behielt also noch 12 Thlr. August besaß nun 16 Thlr. 10 Gr. 8 Pf. + 8 Thlr. 13 Gr. 4 Pf. = 25 Thlr. Davon zahlte er an Fritzen 12 Thlr. Er behielt also ebenfalls 12 Thlr. Fritz besaß nun 4 Thlr. 2 Gr. 8 Pf. + 13 Thlr., oder 17 Thlr. 2 Gr. 8 Pf. Von diesem Gelde kaufte er für 5 Thlr. 2 Gr. 8 Pf. Band, und behielt folglich auch 12 Thlr., wie seine Brüder. Es konnte daher bey der Wiedervertheilung ihrer Einlagen Keiner etwas profitiren.

Wenn der Lehrer seine Schüler eine Zeit lang auf die Berechnung der vermischten Aufgaben vorbereitet hat, und er findet nun, daß die Schüler eine hinlängliche

Fertigkeit besitzen, so können die Vorbereitungen wegfallen, und auch nach und nach schwerere und zusammengesetztere Aufgaben ihnen diktirt werden. Bey einer genauen Bekanntschaft mit den Tabellen und den bisher vorgekommenen Rechnungsarten wird es dem Lehrer auch keineswegs an hinlänglichem Stoffe dazu fehlen können. Ich will einige solcher Aufgaben mit ihrer Berechnung hier ansetzen.

Vermischte Aufgaben.

„Zwey Rechenschüler, welche in der Rechenkunst gleich große Fortschritte gemacht hatten, besuchten einander sehr fleißig, und zwar in der Absicht, um sich gemeinschaftlich im Rechnen immer mehr zu vervollkommnern. Als sie einmal mit einander spatzieren giengen, so begegnete ihnen ein Bettler, der sie um eine Gabe ansprach. Karl gab ihm einen Dreyer, und wünschte dabey, daß sich seine Umstände bald verbessern möchten. Ach, sprach der Bettler: wenn ich meine Jugendjahre besser angewendet und etwas gelernt hätte, so würde ich mir jetzt wöchentlich wenigstens 2 Thaler verdienen können; aber da ich nichts gelernt habe, so werde ich wohl Zeitlebens ein Bettler bleiben müssen. Karl sprach zu Fritzen, als sie der Bettler verlassen hatte: laß uns einmal ausrechnen, wie viel es jährlich Thaler betragen würde, wenn sich der Bettler, wie er sagte, wöchentlich 2 Thaler verdienen könnte. Nachdem sie dieses ausgerechnet hatten, so sagte Fritz zu Karln: jetzt laß uns dieses gefundene Geld als die Interessen von einem Kapital betrachten, das jährlich mit 4 p. C. verliehen worden sey. Als sie das Kapital gefunden hatten, so sprach Karl: siehe einmal, um wie viel Thaler sich der Bettler durch seine Trägheit in den Jugendjahren gebracht hat. Wie viel Thlr. waren es? Antw. 2600 Thlr.

Berechnung.

Wenn sich der Bettler wöchentlich 2 Thlr. verdienen konnte, so mußte dieses jährlich 52 mal 2 Thlr. d. s. 104 Thlr. betragen. Diese 104 Thlr. betrachteten die Rechenschüler als Interessen von einem Kapitale, das jährlich mit 4 p. C. verliehen worden sey. Dividirt man mit 4 in 104, so findet man 26. Das Kapital ist also 26 Hundert Thaler.

Aufgabe.

„Heinrich kaufte sich für die Hälfte und einen halben Thaler seines gesammelten Geldes Bücher, und für das übrige 36 Ellen Leinwand zu Hemden à $5\frac{1}{3}$ Gr. Fritz, welcher 4 Thaler mehr als Heinrich besaß, schenkte den 7ten Theil seines Geldes seiner Schwester. Diese kaufte sich für ihr erhaltenes Geschenk 8 Ellen Kattun. Wie hoch kam ihr die Elle? Antw. 9 Gr.

Berechnung.

36 Ellen à $5\frac{1}{3}$ Gr. betragen 8 Thlr. Heinrich besaß also 17 Thlr. Fritz hatte 4 Thlr. mehr als Heinrich, folglich 21 Thlr. Der 7te Theil von 21 Thalern sind 3 Thlr. Wenn nun 8 Ellen Kattun 3 Thlr. kosten, so muß die Elle $\frac{3}{8}$ Thlr., d. s. 9 Groschen gelten.

Aufgabe.

„Wilhelm hatte noch einmal und noch ein halbes mal so viel Thaler als August. Wilhelm erbte zu seinem Gelde noch 3 mal so viel Thaler, und verlieh nun sein sämmtliches Vermögen à 4 p. C., ein Jahr lang. Für die erhaltenen Interessen kaufte er sich 16 Ellen Zeug à 12 Groschen. Wenn sich August von dem nehmlichen Zeug 36 Ellen gekauft hätte, wie viel Thaler würde er von seinem Gelde übrig behalten haben? Antw. 2 Thlr.

Berechnung.

16 Ellen Zeug à 12 Gr. betragen 8 Thlr. Diese 8 Thlr. waren die Interessen des Kapitals, welches Wilhelm

mit 4 p. C. ein Jahr lang ausgeliehen hatte. Das Kapital mußte also 200 Thlr. seyn, denn 4 in 8 dividirt giebt 2 Hunderter. Die 200 Thlr. selbst waren aus 150 und 50 Thalern entstanden, denn zu 50 Thalern 3 mal so viel gelegt, giebt 200 Thlr. Man kann daher die 50 Thaler aus den 200 Thalern leicht finden, wenn man mit 4 in 200 dividirt. Die 50 Thaler waren noch einmal und ein halb mal so viel als Augusts Vermögen. $\frac{50}{2\frac{1}{2}}$ = 20 Thlr. August besaß also 20 Thaler. 36 Ellen à 12 Gr. betragen 18 Thaler. Folglich behielt August von seinen 20 Thalern, nach Einkauf der 36 Ellen, 2 Thlr. übrig.

Aufgabe.

Andreas hatte sich durch seinen Fleiß ein kleines Kapital erworben. Sein Freund Wilhelm, welcher ein unternehmender Kopf war, stellte ihm vor, daß er sein Geld keinesweges im Kasten unthätig liegen lassen dürfe, weil man mit Gelde sich Geld verdienen könne. Durch diese Vorstellung bestimmte sich Andreas mit Wilhelms Zuziehung in der Heuärnte auf den Wiesen Heu einzukaufen, und legte dieses Heu bis zu Eintritt des Winters auf seinen Oberboden hin. Er verkaufte nun 20 Centner Heu à 16 Groschen. Kurze Zeit darauf, als der Heupreiß noch mehr gestiegen war, wieder 40 Centner Heu à 19 Groschen. Eben um diesen Preiß setzte er noch 80 Centner ab, und endlich den Rest seines noch übrigen Heues verkaufte er für 6 Thaler 16 Groschen. Jetzt hatte er sein Capital nicht nur wieder, sondern auch einen schönen Profit. Den dritten Theil dieses Profits schenkte er seinem Freunde Wilhelm aus Erkenntlichkeit für den gegebnen guten Rath, und dieser kaufte sich dafür 15 Ellen Leinwand à 8 Groschen. Es fragt sich, aus wie viel Thalern bestand das Kapital, welches Andreas sich erworben hatte? Antwort aus 100 Thalern.

Berechnung.

Die erste Post des verkauften Heues ist 13 Thlr. 8 Gr. Die andere Post, 31 Thlr. 16 Gr. Die dritte Post das Duplum, nehmlich 63 Thlr. 8 Gr. Die vierte Post, 6 Thlr. 16 Groschen. Die Summe aller 4 Posten ist 115 Thaler. Und in dieser Summe stecken das angelegte Kapital und der gemachte Profit. 15 Ellen Leinwand à 8 Gr. thun 5 Thlr. Diese 5 Thlr. sind das Drittel des Profits. Also ist der ganze Profit 15 Thaler. Diese 15 Thaler von 115 Thalern abgezogen, lassen Rest 100 Thaler.

Aufgabe.

„Ernst hatte sich durch seinen Fleiß eine Anzahl Thaler verdient, und kaufte sich für den dritten Theil derselben 54 Ellen Zeug à $10\frac{2}{3}$ Gr. Christian war nicht so fleißig als Ernst gewesen, und hatte sich also nur halb so viel Thaler als Ernst verdient. Da Christian 40 Thaler schuldig war, und zu Bezahlung derselben sein verdientes Geld doch nicht hinreichte, so gieng er zu Ernsten, und bat ihn, daß er sich doch seiner annehmen, und ihm zu seinem Gelde so viel Thaler borgen möchte, als er zur Tilgung seiner 40 Thlr. Schulden noch vor der Hand nöthig hatte. Ernst that es, aber mit der Bedingung, daß Christian ihm das Geliehene bald wieder geben möchte. Christian versprachs, und hielt auch Wort, denn nach eben so viel Tagen, als Ernst nach Wegleihung der Schuldpost, Thaler von seinem Gelde übrig behalten hatte, brachte Christian seine geborgten Thlr. wieder. Es fragt sich, wie viel Tage waren es? Antwort 44 Tage.

Berechnung.

54 Ellen à 10 Gr. 8 Pf. betragen 24 Thlr., denn $\frac{54}{9} \times 4 = 24$. Diese 24 Thlr. sind der dritte Theil des Geldes, welches Ernst sich verdient hatte. $24 \times 3 = 72$. Das ganze Vermögen Ernsts bestund also aus 72 Tha-

lern. Halb so viel, d. s. 36 Thaler hatte sich Christian verdient. Zur Bezahlung seiner 40 Thaler Schulden brauchte er also noch 4 Thaler. Diese lieh ihm Ernst, und behielt mithin von seinen Thalern, deren er noch 48, d. i. $\frac{2}{3}$ von 72, hatte, 44 Thlr. übrig. Eben so viel Tage waren verflossen, als ihm Christian seine 4 Thaler wieder brachte.

Aufgabe.

„Jemand hatte ein Kapital mit 4 p. C. 2 Jahre lang verliehen. Nach Verlauf dieser Zeit kaufte er sich für die sämmtlichen Interessen 72 Pfund Waare à 8 Gr., und das Kapital selbst legte er mit dem Kapitale eines Freundes zusammen, das mit 3 pr. C. ebenfalls auf 2 Jahre ausgeliehen gewesen war, und 36 Thaler Interessen getragen hatte. Sie kauften für ihr zusammengelegtes Geld einige Kisten Waare, und lößten aus dieser Waare beym Verkauf 1050 Thaler. Den dabey befindlichen Profit vertheilten sie unter sich nach Verhältniß ihrer Einlage. Der Freund gab $\frac{3}{4}$ von dem ihm zugefallenen Profit seiner Schwester, und für das noch übrige Viertel schafte er sich ein Dutzend neue Stühle an. Es fragt sich, wie theuer war ein solcher Stuhl? Antw. 2 Thlr. 2 Gr.

Berechnung.

Das erste Kapital war 300 Thlr., denn 72 Pfd. Waare à 8 Gr. betragen 24 Thlr., und mit 2 mal 4 in 24 dividirt, giebt 3 Hunderter. Das zweyte Kapital war 600 Thlr., denn $\frac{36}{3 \times 2} = 6$ Hunderter. Da sie die eingekaufte Waare für 1050 Thlr. wieder verkauften, so war der dabey gemachte Profit 150 Thlr. Auf den Antheil des Freundes kamen von diesem Profit 100 Thlr. Von diesem 100 Thlrn. gab er 75 Thlr. seiner Schwester, und 25 Thlr. verwendete er auf das Dutzend Stühle. Wenn nun 12 Stühle 25 Thlr. kosten, so muß 1 Stuhl $\frac{25}{12}$ Thlr. d. i. 2 Thlr. 2 Gr. gelten.

Aufgabe.

„Ernst hatte 63 Ellen à $21\frac{1}{3}$ Gr., und 16 Ellen à 2 Thlr. 18 Gr. verkauft. Von dem dafür eingenommenen Gelde hatte er seinem Freunde Wilhelm eine Anzahl Thaler geliehen. August, welcher sehr neugierig war, fragte Ernsten, wie viel Thaler er Wilhelmen geliehen habe? Ernst sprach: Wenn ich von meinen für die verkauften Posten eingenommenen Thalern noch einmal und ein halbes mal so viel Thaler zurück behalten hätte, als ich wirklich beym Verleihen zurück behalten habe, so würden es 50 Thaler seyn. Wenn du nun rechnen kannst, so wirst du neugieriger Mensch erfahren, wie viel Thaler ich Wilhelmen von meinem eingenommenen Gelde geliehen habe. Wie viel Thaler waren es? Antw. 80 Thlr.

Berechnung.

63 Ellen à $22\frac{1}{3}$ Gr. betragen 56 Thlr., denn $\frac{63}{9} \times 8 = 56$ Thlr. 16 Ellen à 2 Thlr. 18 Gr. machen 44 Thlr. denn $\frac{16}{4} \times 11 = 44$ Thlr. 100 Thlr. betragen also beyde Posten zusammen. Von diesen 100 Thalern lieh Ernst eine bestimmte Anzahl Wilhelmen, und die übrigen behielt er. Würde er noch ein mal und ein halbes mal so viel behalten haben, als er wirklich behalten hatte, so würden es 50 gewesen seyn. Aus dieser Angabe ersieht man, daß er von seinen gelößten 100 Thalern nicht mehr als 20 behalten hatte, denn $\frac{50}{5} \times 2 = 20$. Mithin mußte er Wilhelmen 80 Thlr. geliehen haben.

Aufgabe.

„Ein Kaufmann hatte 49 Stück Dukaten verwechselt, und auf jedes Stück 5 Gr. Agio bekommen. Das Agio schenkte er seinen Kindern, deren 5 an der Zahl waren. Die Kinder theilten es in gleiche Theile, und Lottchen kaufte sich für ihren Antheil 3 Ellen Flor. Eben so viel Geld, als Lottchen 1 Elle von diesem Flor zu stehen kam, schenkte Karl einem armen Knaben von seinem erhaltenen

Antheile, und Fritz fügte noch $7\frac{2}{3}$ Gr. hinzu. Der Knabe eilte froh zu seiner Mutter, und überbrachte ihr sein Geld. Die Mutter kaufte dafür Leinwand zu Hemden, und gab für die Elle $2\frac{2}{3}$ Gr. Wie viel Hemden bekam ihr Sohn von dieser Leinwand, wenn er zu einem Hemde $4\frac{1}{2}$ Elle brauchte? Antw. 2 Hemden.

Berechnung.

49 mal 5 Gr. betragen 2 Thlr. 1 Gr. 5 mal, d. i. 10 Thlr. 5 Gr. In dieses Geld theilen sich 5 Kinder; es kommt also auf den Theil 2 Thlr. 1 Gr. Die Elle Flor kostet 16 Gr. 5 Pf. Karl schenkte dem Knaben 16 Gr. 4 Pf., und durch Fritzens Zulage ($7\frac{2}{3}$ Gr.) wurde der Thaler voll. Für diesen Thaler erhielt die Mutter 9 Ellen, und ihr Sohn mußte also 2 Hemden davon bekommen, denn $\frac{9}{4\frac{1}{2}} = 2$.

Aufgabe.

„A und B legten eine Anzahl Thaler zusammen, und kauften dafür 2 Küsten Waare, wovon die eine Küste 400 Thaler kostete. Nach einiger Zeit verkauften sie beyde Küsten wieder mit 60 Thalern Profit. B erhielt von diesem Profit den ihm zugehörigen Antheil, welcher just 20 Thlr. war. Seine zum Einkauf der Waare angelegten Thlr. setzte er nunmehr auf Interessen, und erhielt nach 2 Jahren 20 Thlr. Interessen dafür. Es fragt sich, mit wie viel pro Cent jährlich, er sein Geld verliehen haben mag? Antw. Mit 5 p. C.

Berechnung.

Der an der Waare gemachte Gewinn war 60 Thaler. Den dritten Theil dieses Gewinns, nehmlich 20 Thaler erhielt B. Da dieser Theil nach dem Verhältniß seiner Einlage ihm zugehörte, so mußte er zu den 400 Thlrn. nothwendig 200 Thlr. gelegt haben. Diese 200 Thaler verlieh er 2 Jahre lang, und erhielt nach Verlauf dieser

2 Jahre die sämmtlichen Interessen, nehmlich 20 Thlr. Er mußte also jedes Jahr für 200 Thlr. 10 Thlr. Interessen, und mithin für 100 Thlr. 5 Thlr. Interessen erhalten, und folglich sein Kapital mit 5 p. C. ausgeliehen haben.

Aufgabe.

„Fritz hatte ein halbes Hundert Federspulen gekauft. Als Karl ihn fragte, wie viel er dafür gegeben hätte, so antwortete Fritz: sie kosten mich den 3ten Theil desjenigen Geldes, welches mir mein Vater gestern geschenkt hat. Wie viel war dieses, fragte Karl? Das kannst du, versetzte Fritz, als ein geschickter Rechner, ausrechnen, wenn du es nun einmal wissen willst. Mein Vater hatte 72 Ellen Leinwand verkauft, und an jeder Elle 9 Pf. profitirt. Die Hälfte dieses Profits schenkte er mir. Karl rechnete es augenblicklich richtig aus, und Fritz, welchem es Vergnügen machte, schenkte ihm dafür eben so viel Federspulen, als ihm das halbe Hundert Groschen gekostet hatte. Wie viel Federspulen waren es? Antw. 9 Federspulen.

Berechnung.

Der Profit an den 72 Ellen beträgt 2 Thlr. 6 Gr. denn 6 Gr. 9 mal genommen, sind 54 Gr. oder 2 Thlr. 6 Gr. Die Hälfte davon ist 1 Thlr. 3 Gr. Der dritte Theil von 1 Thlr. 3 Gr. ist 9 Gr. So viel kostete das halbe Hundert Federspulen. Karl erhielt also 9 Federspulen.

Aufgabe.

„Ferdinand hatte sich eine Anzahl Thaler gesammelt. Fritz wollte gerne wissen, wie viel es Thaler wären. Ferdinand sprach zu ihm: gäbst du mir von deinen Thalern zu den meinigen noch 6 dazu, und ich kaufte mir sodann für die Hälfte dieser sämmtlichen Thaler 36 Ellen Leinwand, wovon 2 Ellen 10⅔ Gr. kosteten, so würde ich just so viel Thaler als dein Bruder August besitzen. Wie viel Thaler besaß also August, und mithin Ferdinand auch selbst? Antw. 10 Thlr.

Berechnung.

Wenn 2 Ellen Leinwand $10\frac{2}{3}$ Gr. kosten, so kostet 1 Elle $5\frac{1}{3}$ Gr., und 36 Ellen kosten mithin auch 8 Thlr., denn $^{3}\frac{2}{3} \times 2 = 8$. Diese 8 Thaler sind die Hälfte der sämmtlichen Thlr. 16 Thlr. sind also das Ganze. Von diesen 16 Thlrn. müssen die 6 Thlr., welche Ferdinand sich zu den Seinigen noch willkührlich dazu setzte, abgezogen werden. Nach diesem Abzuge findet man die richtige Anzahl Thaler, die sich Ferdinand gesammelt hatte, nehmlich 10 Thlr.

Aufgabe.

„Ein Knabe bat seinen Vater, ihm einen Zeitvertreib zu machen. Der Vater griff in seinen Beutel, und holte aus demselben 3 Goldstücken, und 3 Silberstücken hervor. Er legte sie sämmtlich in eine grüne Schaale, und setzte neben diese noch eine andre rothe Schaale, welche leer war. Versuche nun, sprach der Vater zu seinem Sohne, ob du die Gold- und Silberstücken aus der grünen in die rothe Schaale hinüber bringen kannst, doch unter folgenden Bedingungen. Du darfst vors erste nicht mehr als 2 Stücken in die leere rothe Schaale auf einmal hinüber legen. Zweytens mußt du, wenn du in die rothe Schaale 2 Stücken gelegt hast, allemal wenigstens Eins davon wieder mit herüber in der grüne Schaale nehmen. Drittens darfst du nie ein Goldstück bey 2 oder 3 Silberstücken allein liegen lassen, sondern es müssen wenigstens allemal in der Schaale, worinnen 2 oder 3 Silberstücken liegen, auch 2 Goldstücken beysammen bleiben. Wenn du dieses herausbringen wirst, so will ich dir auch die Silberstücken zum Geschenk machen. Der Knabe legte nun erstens ein Gold- und ein Silberstück in die rothe Schaale. Hierauf nahm er der Vorschrift gemäß aus der rothen Schaale das Goldstück wieder heraus, und legte es wieder in die grüne Schaale. Jetzt wollte er nun 2 Goldstücken in die rothe Schaale hinüber legen, allein der Vater erinnerte ihn, daß dieses wider die Vor-

schrift sey, denn, sprach er, wenn du dieses thust, so bleibt ja in der grünen Schaale das dritte Goldstück bey den beyden Silberstücken allein liegen. Der Knabe nahm zu dem Ende statt der beyden Goldstücken die beyden Silberstücken, und legte sie in die rothe Schaale hinüber, und solchergestalt lagen in der rothen Schaale die 3 Silberstücken, und in der grünen die 3 Goldstücken. Nun legte der Knabe der Vorschrift gemäß das eine Silberstück wieder in die grüne Schaale herüber, und brachte ferner dafür 2 Goldstücken in die rothe Schaale hinüber. Dieses war erlaubt, denn es kamen solchergestalt zu den beyden Silberstücken in der rothen Schaale auch 2 Goldstücken zu liegen. Der Knabe wollte nun aus der rothen Schaale ein Goldstück wieder herausnehmen, und es in die grüne hinüber legen, allein er fand gleich selbst, daß dieses nicht anginge, denn es würde dadurch in der rothen Schaale bey 2 Silberstücken nur 1 Goldstück liegen geblieben seyn. Inzwischen durfte er auch kein Silberstück aus der rothen Schaale herausnehmen, denn sobald er es in die grüne Schaale gelegt hätte, so würden wieder in der grünen Schaale 2 Silberstücke und nur 1 Goldstück zusammen gekommen seyn. Der Knabe, welcher jetzt nicht weiter nachdenken wollte, und die Forderung des Vaters für unmöglich hielt, that auf das Geschenk der Silberstücken Verzicht, ob er sich gleich dafür 16 Stück Landcharten à 3 Gr. und 144 Bogen Zeichenpapier à 4 Pfennige würde kaufen können, wenn er durch weiteres Nachdenken den Weg, auf welchem sich die Forderung erfüllen läßt, entdeckt hätte. Es fragt sich nun, was für Silbermünzen es gewesen seyn müssen, wenn jede mit der andern gleichen Werthes war, und alle 3 zusammen zur Anschaffung der Landcharten und des Zeichenpapiers just hinreichend waren? Antw. Es waren 3 Speciesthaler.

Berechnung.

16 Stück Landcharten à 3 Gr. betragen 2 Thlr., und 144 Bogen Zeichenpapier ebenfalls 2 Thlr. Beyde Posten zusammen addirt, geben 4 Thlr. 3 Speciesthaler sind just 4 Thlr. Also müssen es Speciesthaler gewesen seyn, denn ein jedes Stück sollte mit der andern gleichen Werthes seyn.

Anmerkung. Der Lehrer kann, wenn die Aufgabe ausgerechnet worden ist, seine Schüler noch darüber nachdenken lassen, wie es der Knabe hätte anfangen müssen, um die Gold- und Silberstücken der Forderung gemäß aus der grünen Schaale in die rothe hinüber zu bringen. Der Weg, den er dabey einschlagen mußte, ist folgender. Erstens mußte er in die rothe Schaale 2 Silberstücken legen. Nachher mußte er Eins davon wieder herausnehmen, und in die grüne Schaale zurückbringen. Sodann mußte er aus der grünen Schaale beyde Silberstücken nehmen, und sie in die rothe Schaale legen. Weiter mußte er das eine Silberstück wieder aus der rothen Schaale herausnehmen, und in die grüne herüber bringen. Nun mußte er 2 Goldstücken in die rothe Schaale legen, und sodann wiederum 1 Goldstück und 1 Silberstück herausnehmen, und in die grüne Schaale zurück bringen. Ferner mußte er die noch in der grünen Schaale befindlichen beyden Goldstücken in die rothe legen. Nach diesem hätte er das in der rothen Schaale befindliche Silberstück herausnehmen, und wieder in die grüne zurücklegen sollen. Jetzt mußte er weiter aus der grünen Schaale 2 Silberstücken in die rothe hinüber bringen. Eins davon mußte er wieder herausnehmen, und in die grüne Schaale zurücklegen. Endlich durfte er nur noch die in der grünen Schaale befindlichen beyden Silberstücken in die rothe herüber nehmen. Auf diese Weise hätte er alle 6 Geldstücken aus der grünen Schaale in die rothe herüber gebracht, ohne die dabey erhaltnen Bedingungen nur im geringsten zu verletzen. Daß er aus der rothen Schaale

in die grüne 2 Stücken auf einmal wieder hinüber legen konnte, war ihm erlaubt, denn in der Forderung hieß es nicht: — allemal nur 1 Stück; sondern: allemal wenigstens 1 Stück aus der rothen Schaale in die grüne wieder herüber bringen. Aber eben in diesem Ausdrucke — wenigstens — liegt die ganze Entwicklung. Wer ihn mit gehörigem Scharfsinn beleuchtet, der findet den Weg, welchen er zu gehen hat, gewiß mit leichter Mühe von selbst.

Aufgabe.

„Fritz sollte auf Verlangen des Lehrers seinem Mitschüler August ein Exempel aufgeben, und August sollte seine Antwort so einrichten, daß Fritz dabey wieder etwas zu rechnen bekäme. Fritz sprach also zu Augusten: Nimm 100 Thlr. $\frac{3}{4}$ mal; den dritten Theil des Produkts multiplicire mit 11, addire sodann zu den gefundnen Thalern den Betrag von 45 Ellen Leinwand à $13\frac{1}{3}$ Gr., und sage mir nun, wie viel nach Abzug von 279 Thalern dir noch übrig bleibt? August antwortete: Just so viel, als dir übrig bleiben wird, wenn du 363 Thlr., durch 11 dividirt, und vom gefundnen Quotienten 54 Stück Zwanzigkreuzer abgezogen hast. Wofür konnte Fritz diese Antwort nicht erklären? Antwort: Für falsch.

Berechnung.

100 Thlr. $\frac{3}{4}$ mal genommen, betragen 75 Thlr., denn $\frac{100}{4} \times 3 = 75$. Der dritte Theil von 75 ist 25. Diese Zahl $25 \times 11 = 275$. Zu 275 Thalern addirt der Betrag von 45 Ellen à $13\frac{1}{3}$ Gr., giebt just 300 Thlr., denn $\frac{45}{9} \times 5 = 25$ Thlr. und 25 Thlr. $+ 275 = 300$ Thaler. Von 300 Thlrn. 279 Thlr. abgezogen, bleibt Rest 21 Thlr. 363 Thlr. dividirt durch $11 = 33$ Thlr.; davon abgezogen 54 Zwanzigkreuzer, d. s. 12 Thlr., (denn $\frac{54}{9} \times 2 = 12$) bleibt auch 21 Thlr. Rest, denn $33 - 12 = 21$. Also war Augusts Antwort richtig.

Aufgabe.

„Wenn $2\frac{1}{2}$ Pfd. Waare 10 Dreyer kosten, wie viel Pfd. von dieser Waare wird der erhalten, welcher 300 Ellen Zeug mit 21 Pf. Profit auf jede Elle verkauft hat, und den 7ten Theil dieses Profits auf den Einkauf derselben zu verwenden Willens ist? Antw. 75 Pfd.

Berechnung.

Wenn $2\frac{1}{2}$ Pfund 10 Dreyer kosten, so muß 1 Pfund 4 Dreyer, oder 1 Gr. kosten. Der Profit an 300 Ellen beträgt 300 mal 21 Pf. oder 7 Dreyer, d. i. 21 Thlr. 21 Gr., denn 300 Dreyer sind 3 Thlr. 3 Gr., und mithin müssen 300 mal 7 Dreyer 7 mal 3 Thlr. 3 Gr., d. i. 21 Thaler 21 Gr. seyn. Der 7te Theil des Profits ist 3 Thlr. 3 Gr., oder 75 Gr. Wenn man nun für 1 Groschen 1 Elle erhält, so muß man für 75 Gr. 75 Ellen erhalten.

Aufgabe.

„Jemand hatte sich 7 Ellen Tuch à $1\frac{3}{4}$ Thlr. gekauft. Es lag $\frac{10}{4}$ breit. Wie viel Groschen mußte er für das dazu erforderliche Futter, welches $\frac{5}{4}$ breit, und den 7ten Theil des Preißes von 1 Elle Tuch kostete, bezahlen? Antwort 84 Groschen.

Berechnung.

Zu 7 Ellen Tuch $\frac{10}{4}$ breit, braucht man $\frac{5}{4}$ breites Futter 14 Ellen, denn $\frac{7 \times 10}{5} = 14$. Die Elle dieses Futters kostet 6 Gr., denn 6 Gr. sind just der 7te Theil aus $1\frac{3}{4}$ Thalern. Weil 6 Gr. der 4te Theil aus 1 Thlr. sind, so ist $\frac{14}{4} =$ 3 Thlr. 12 Gr., und 3 Thlr. 12 Gr. betragen 84 Gr.

Aufgabe.

„Vier Arbeiter kosteten Augusten täglich $21\frac{1}{3}$ Gr. Wie viel Arbeiter würde er täglich für 16 Thlr. 5 Gr. 4 Pf. haben unterhalten können? Antw. 73 Arbeiter.

Berechnung.

Wenn vier Arbeiter $21\frac{1}{3}$ Gr. oder $\frac{8}{9}$ Thlr. zu unterhalten kosten, so kostet ein Arbeiter 5 Gr. 4 Pf. oder $\frac{2}{9}$ Thlr., oder 1 Zwanzigkeuzer zu unterhalten. 16 Thlr. 5 Gr. 4 Pf. sind 73 Zwanzigkreuzer, denn $\frac{16}{2} = 8$ und $8 \times 9 = 72$. Zu 71 noch die 5 Gr. 4 Pf., die 1 Zwanzigkreuzer addirt, thut 73 Zwanzigkreuzer.

Aufgabe.

„In einem Dorfe bestund der 6te Theil der Einwohner aus lauter armen Leuten. Diejenigen Einwohner, welche nicht zu diesen armen Leuten gehörten, legten wöchentlich einer so viel wie der andre zusammen, um ihre Armen zu unterstützen. Des Sonnabends wurden allemal 16 Thaler durch diese Zusammenlegung zusammen gebracht, und davon bekam jeder Arme so viel wie der andere, nehmlich 10 Gr. 8 Pf. Da nun die 16 Thaler allemal gerade aufgingen, so fragt sichs, wie viel Einwohner Wohlhabende und Arme zusammen genommen, waren im ganzen Dorfe? Antwort 216.

Berechnung.

Der 6te Theil der Einwohner war arm. Wöchentlich wurden unter sie 16 Thlr. vertheilt. Zu diesen 16 Thalern hatte jeder Einwohner, der nicht zu den Armen gehörte, gleiche Beysteuer gegeben. Jeder Arme empfing so viel wie der andre, nehmlich 10 Gr. 8 Pf. und die 16 Thlr., welche eingekommen waren, gingen gerade auf. Da 10 Gr. 8 Pf. ein Armer erhielt, so mußten nothwendig 36 Arme im Dorfe seyn, denn $4 \times 9 = 36$. Wenn nun 36 Einwohner $\frac{1}{6}$tel der Einwohner sind, so müssen $\frac{6}{6}$ Einwohner 6 mal 36, d. i. 216 Einwohner seyn.

Aufgabe.

„Andreas besaß eine Anzahl Meißnische Gülden. Er kaufte für den 3ten Theil derselben 48 Ctr. Waare à 2 Gül-

den, 5 Gr. 3 Pf., und verwechselte die übrigen in Thaler. Es fragt sich, wie viel Thlr. er noch gebraucht haben würde, wenn er 400 Ellen Zeug à 12 Gr. kaufen und bezahlen sollte? Antw. 11 Thlr.

Berechnung.

48 Ctr. Waare à 2 Gülden 5 Gr. 3 Pf. betragen 108 Gülden, denn weil 2 Gülden 5 Gr. 3 Pf. aus 9 Gülden der 4te Theil sind, so ist $\frac{48}{4} \times 9 = 108$ Gülden. Da diese 108 Gülden $\frac{1}{3}$ seiner sämmtlichen Gülden sind, so müssen die übrigen $\frac{2}{3}$ zweymal 108, d. i. 216 Gülden betragen. 8 Gülden sind 7 Thlr. Also $\frac{216}{8} \times 7 = 189$ Thlr. Die 216 Gülden betragen demnach 189 Thlr. 400 Ellen à 12 Gr. kosten 200 Thlr. Es fehlen also zu Bezahlung derselben an den 189 Thlrn., 11 Thlr. Und so viel Thaler brauchte Andreas.

Aufgabe.

„Ein Vater sprach zu seinem Sohne: Siehe, hier habe ich 3 Friedrichsd'or, wovon jeder $5\frac{1}{3}$ Thaler kostet. Für diese Friedrichsd'or will ich mir alleweile Silbergeld einwechseln, und nachher dieses Silbergeld unter 96 arme Leute so vertheilen, daß jede Person so viel als die andre davon bekommt. Sage mir nun, was ich für eine Münzsorte für meine Friedrichsd'or mir geben lassen müßte, wenn jeder Arme sein Geschenk in einem einzigen Stück empfangen sollte? Der Sohn rechnete es richtig aus, und sein Vater machte ihm dafür die Freude, daß er die eingewechselten Geldstücken unter die armen Leute selbst austheilen durfte, welches der wohlthätige Sohn für keine geringe Belohnung ansahe. Es fragt sich, — welche Münzsorte war es, die unter die armen Leute vertheilt wurde? Antw. Viergroschenstücken.

Berechnung.

3 Friedrichsd'or à $5\frac{1}{3}$ Thlr. betragen 16 Thlr. Diese 16 Thlr. sollten unter 96 Personen vertheilet werden, und

jede Person sollte davon so viel als die andre bekommen. Es mußte also jede Person $\frac{16}{96}$ Thlr. oder $\frac{1}{6}$ Thlr. empfangen. $\frac{1}{6}$ Thlr. ist ein Viergroschenstück.

Aufgabe.

„Fritz und Karl bekamen allemal am ersten Tage des Monats von ihrem Vater ihr Taschengeld und zwar einer so viel wie der andre. Fritz gab täglich von seinem Taschengelde $3\frac{1}{2}$ Gr. aus, und so reichte er just 16 Tage damit. Karl hingegen gab täglich weniger als sein Bruder weg, und solchergestalt nahm sein Geld erst nach 24 Tagen ein Ende. Wie viel mag nun Karl täglich weniger als sein Bruder von seinem Taschengelde ausgegeben haben? Antw. 1 Gr. 2 Pf.

Berechnung.

Wenn Fritz in einem Tage $3\frac{1}{2}$ Gr. ausgab, so mußte dieses in 16 Tagen 16 mal so viel betragen: also 2 Thlr. 8 Gr. Mit 2 Thlr. 8 Gr. reichte Karl 24 Tage, folglich gab er täglich nur 2 Gr. 4 Pf. aus, denn 56 Gr. durch 24 dividirt, geben 2 Gr. 4 Pf. Die Differenz zwischen 2 Gr. 4 Pf. und $3\frac{1}{2}$ Gr. ist 1 Gr. 2 Pf.

Aufgabe.

„Ein sehr geschickter Rechenschüler besuchte öfters 3 Brüder, welche es ebenfalls im Rechnen ziemlich weit gebracht hatten. Einstmals legten sie ihm die Frage vor, ob er wohl ausrechnen könnte, was sie sich jeder für eine Zahl in ihre Schreibtafel geschrieben hätten? Das will ich, versetzte der Rechenschüler, wenn es euch Vergnügen macht, sehr gern thun, nur bitte ich, daß ihr mir zuvor eine Frage erlaubet. Als sie ihm seine Bitte zugestanden hatten, so fragte er die Brüder, um wie viel Einheiten ihre 3 Zahlen von einander lägen? Karl antwortete: Ich habe eine Zahl, die eins weniger als Fritzens Zahl ist, und August versetzte: meine Zahl ist wieder um eins kleiner als Karls Zahl. Der Rechenschüler sprach nun zu Fritzen: Addire

zu deiner Zahl noch einmal und $\frac{1}{2}$ mal so viel, und sage mir sodann den 5ten Theil von der gefundnen Summe. Als er von Fritzen erfahren hatte, daß der 5te Theil die Zahl 4 sey, so sagte er sehr schnell und richtig einem jeden die Zahl, die er in seine Schreibtafel geschrieben hatte. Es fragt sich nun, welche Zahlen waren es? Antw. Fritz hatte die Zahl 8, Karl die Zahl 7, und August die Zahl 6 in die Schreibtafel geschrieben.

Berechnung.

Da 4 der 5te Theil der Summe war, die Fritz gefunden hatte, so mußte die ganze Summe nothwendig 20 seyn, denn $4 \times 5 = 20$. Die Zahl 20 durch $2\frac{1}{2}$ dividirt, giebt 8: also war Fritzens Zahl die Zahl 8. Da Karl gesagt hatte, daß seine Zahl um 1 kleiner als Fritzens Zahl sey, so mußte er die Zahl 7 in seine Schreibtafel geschrieben haben. Augusts Zahl mußte folglich die Zahl 6 seyn, denn August hatte dem Rechenschüler gesagt, daß seine Zahl wieder um 1 kleiner als Karls Zahl wäre.

Aufgabe.

„Heinrich, Gustav und Wilhelm hatten sich jeder eine eintheilige Zahl ausgedacht, und sie nachher mit sich selbst multiplicirt. Gustav und Wilhelm addirten ihre gefundnen Produkte, und brachten dadurch eine Summe heraus, die just so groß als das Produkt war, welches Heinrich durch die Multiplication seiner Zahl mit sich selbst erhalten hatte. Wilhelm addirte sein gefundnes Produkt zu Heinrichs Produkte ebenfalls, und erhielt dadurch die Summe 41. Es fragt sich, welche Zahl hatte sich ein jeder ausgedacht, und wer unter ihnen die kleinste? Antw. Die ausgedachten Zahlen waren 5. 4. 3. und Gustav hatte sich die kleinste darunter ausgedacht.

Berechnung.

In dieser Aufgabe liegt die arithmetische Berechnung des sogenannten Magister Matheseos zum Grunde, wo $5 \times 5 = 4 \times 4 + 3 \times 3$. Da Wilhelm durch die Addition seines gefundnen Produkts zum Produkte Heinrichs die Zahl 41 fand, so mußte Gustav nothwendig die Zahl 3 sich ausgedacht haben, als welche die kleinste ist. Hätte sich Wilhelm die Zahl 3 ausgedacht gehabt, so würde er statt der 41 die Zahl 34 gefunden haben.

Aufgabe.

„Eine Bäuerin trug einen Korb voll Eyer in die Stadt, und war Willens, 5 Stück für einen Groschen zu verkaufen. Unterwegs fiel sie und zerbrach 3 Mandel Eyer darüber. Da sie doch den erlittnen Verlust wieder einzubringen wünschte, so fragt sichs, wie theuer mußte sie jetzt 1 Ey verkaufen, wenn sie aus den von 225 Stück ihr übrig gebliebenen Eyern das nehmliche Geld lößen wollte? Antw. Sie mußte jedes Ey, das noch ganz geblieben war, für 3 Pf. verkaufen.

Berechnung.

Die Bäuerin hatte 225 Eyer in ihrem Korbe, und hätte also, wenn sie alle ganz geblieben wären, 45 Groschen daraus lößen müssen, denn $\frac{225}{5} = 45$. Nach Abzug der 3 Mandel oder 45 Stück, welche sie zerbrochen hatte, behielt sie von ihren 225 Eyern nur noch 180 Stück übrig. Wenn nun 180 Stück Eyer 45 Groschen gelten sollen, so muß ein Ey $\frac{45}{180}$ Gr. oder $\frac{1}{4}$ Gr. d. i. 3 Pf. kosten. Man könnte die Aufgabe auch folgendermaßen ausrechnen. 45 Eyer sind aus 225 Eyern der 5te Theil. Der 5te Theil der Eyer gieng also verlohren. Sie konnte mithin für 1 Gr. nicht mehr 5, sondern nur 4 Eyer verkaufen. Folglich mußte 1 Ey um 3 Pfennige verkauft werden.

Aufgabe.

„Jemand vertauschte eine Anzahl Scheffel guten Waizen, wovon er den Scheffel zu 3 Thalern anschlug, gegen geringen Waizen, à $2\frac{1}{2}$ Thlr. und erhielt dafür 36 Scheffel. Noch einmal so viel Scheffel guten Waizen, als er vertauscht hatte, verkaufte er um $3\frac{1}{3}$ Thlr. an einen Pachter, welcher ihm die Zahlung dafür in lauter Gulden entrichtete. Wie viel Gulden erhielt er? Antw. 300 Gulden.

Berechnung.

36 Scheffel geringer Waizen à $2\frac{1}{2}$ Thlr. betragen 90 Thlr. So vielmal nun 3 Thlr. in 90 Thlrn. stecken, eben so viel Scheffel guten Waizen mußte der Vertauscher für seinen Waizen bekommen. Mithin hatte der Besitzer des guten Waizens 30 Scheffel liefern müssen. Noch einmal so viel Scheffel, also 60 Scheffel, verkaufte er an einen Pachter zu $3\frac{1}{3}$ Thaler. Dieses beträgt just 200 Thaler, denn $\frac{60}{3} \times 10 = 200$. Da 2 Thlr. 3 Gulden sind, so müssen also auch 200 Thlr. 300 Gulden seyn.

Aufgabe.

„Eine Dienstmagd hatte ihrer Herrschaft 8 Jahre lang treu und redlich gedient. Bey ihrer Verheirathung empfieng sie wegen ihrer treuen Dienste von ihrer Herrschaft ein Hochzeitgeschenk, das dem 4ten Theile des sämmtlichen Lohns, welchen sie während der 8 Jahre sich verdient hatte, gleich war. Für dieses erhaltene Geldgeschenk kaufte sie sich 12 Ellen Kattun à 10 Gr. 3 Stück weise Halstücher à 16 Gr. 36 Ellen Leinwand zu Hemden à 5 Gr. 4 Pf. und ihrem Bräutigam eine Uhr für 9 Thlr. Die Hälfte ihres gesammten verdienten Lohns hatte sie sich aufgespaart, und gesammelt. Dazu legte nun der Bräutigam von seinem Gelde 152 Thlr. und kaufte ein Haus dafür. Es fragt sich, wie theuer war dieses Haus im Ankaufe? Antwort 200 Thlr.

Berechnung.

Das Hochzeitgeschenk der Herrschaft betrug 24 Thaler, denn so viel beträgt die ganze Summe der gekauften Waaren. Diese 24 Thaler waren der 4te Theil ihres sämmtlichen achtjährigen Lohns. Also hatte sie 96 Thlr. sich verdient, denn $24 \times 4 = 96$. Die aufgesparte Hälfte ist also 48 Thaler und 48 Thaler + 152 Thaler, welche der Bräutigam dazu legte, sind 200 Thaler.

Aufgabe.

„Der einfältige Christian vermithete sich in einen Gasthof als Hausknecht, weil er sich einbildete, daß in Gasthöfen ein guter Verdienst sey, und es immer etwas Lustiges zu hören und zu sehen gebe. Am andern Tage nach Antritt seines Amtes trafen 3 Handwerksbursche im Gasthofe ein. Sie tranken Jeder 6 Krüge Bier à 9 Gr. 4 Gläser Brandwein à 6 Pf. und 2 Portionen Kaffee à 2 Gr. 9 Pf. Desgleichen ließ sich Jeder von Christianen 2 Portionen Essen à 3 Gr. 6 Pf. reichen. Als die Dämmerung eintrat, und Niemand außer Christianen in der Stube weiter war, so stellte sich Jeder, als wolle er seine Kammeraden frey halten. Da indessen Keiner in des Andern Vorschlag einwilligen wollte, so wurde der Vorschlag gethan, daß sich Christian die Augen fest verbinden lassen, und die Bezahlung von demjenigen unter ihnen annehmen sollte, welchen er zuerst fangen würde. Dieser Spaß gefiel dem einfältigen Christian über alle Maaßen, und er ließ sich nicht nur augenblicklich die Augen verbinden, sondern versicherte auch hoch und theuer, daß er keinen Stich zu sehen im Stande sey. Nun schlich sich Einer nach dem Andern leise zur Thüre hinaus. Lange tappte Christian in der Stube herum, ohne jemand erhaschen zu können. Als er an die Stubenthüre kam, trat eben der Wirth herein. Schnell ergriff diesen Christian, und rief freudig dabey aus. Ihr also müßt die Zeche bezahlen. Der Wirth ließ aber den Einfallspinsel sehr übel an. Erst wollte er ihn gar fort-

schicken. Da indessen Christian gute Worte gab, so behielt er ihn, doch unter der Bedingung, daß Christianen das verzehrte Geld der listigen Bursche von seinem Wochenlohne abgezogen wurde. Wie viel Wochen mußte er umsonst dienen, wenn sein Wochenlohn 6 Groschen war? Antw. 9½ Woche.

Berechnung.

Das verzehrte Bier beträgt 18 mal 9 Pf. d. s. 13 Gr. 6 Pf. Der Brandwein, 6 Gr. Der Kaffee 16 Gr. 6 Pf. und das Essen 21 Gr. Alle Posten zusammen betragen 2 Thlr. 9 Gr.: und 9½ Woche Lohn à 6 Gr. beträgt eben so viel.

Wenn die Schüler solche vermischte Aufgaben nicht nur mit hinlänglicher Fertigkeit berechnen, sondern auch selbst bilden und diktiren können, so kann endlich der Lehrer noch eine andre schöne Uebung mit ihnen vornehmen. Er lege ihnen nehmlich falsch ausgerechnete Exempel vor, und lasse sie nachdenken, ob sie den Fehler entdecken, der dabey gemacht worden ist. Diese Uebung hat für die Schüler einen überaus großen Nutzen. Sie werden dadurch veranlaßt, immer tiefer in die Rechenkunst einzudringen. Ihr Urtheilsvermögen wird noch mehr ausgebildet. Sie bekommen vorzüglich eine größere Veranlassung ihren Scharfsinn zu äußern. Es wird ihnen endlich dadurch eine neue Quelle des Vergnügens eröfnet, indem man sie in gewisser Rücksicht ein ganz neues Feld der Rechenkunst betreten läßt, und ihnen solchergestalt noch mehr Abwechslung und Mannichfaltigkeit herbey führt.

Aber wie hat man es anzugreifen, um den in einem falsch ausgerechneten Exempel gemachten Fehler auszuspähen? Es lassen sich 2 Fälle denken, in welchem ein Exempel verrechnet werden kann. Der erste Fall findet statt, wenn man die Angabezahlen eines Exempels nicht richtig auffaßt, sondern entweder alle Beyde, oder auch nur eine derselben, mit andern Zahlen verwechselt und umtauscht. Wenn zum Beyspiel der Lehrer diktirt: wie viel Thaler betragen 36 Pfund à 10 Gr. 8 Pf.? so kann der Schüler bey einer geringen Aufmerksamkeit auf diese Angabezahlen gar leicht entweder beyde, oder doch wenigstens die diktirten 36 Pf. in 63 Pf. u. s. w. oder die 10 Gr. 8 Pf. in 8 Gr. 10 Pfenn. u. s. w. verkehren, und sich dadurch außer Standt setzen, das richtige Facit zu finden *). Der zweyte Fall tritt bey der Operation ein. Wenn der Rechner nicht richtig addirt, subtrahirt, multiplicirt oder dividirt: wenn er addirt, wo er subtrahiren, und subtrahirt, wo er addiren sollte. Wenn er bey mehreren Operationen

*) Anmerkung. Exempel in welchen beyde Angabezahlen mit andern Zahlen vertauscht worden sind, gehören nicht ins Gebiet des Kopfrechnens, sondern nur solche Exempel, in welchen blos eine Angabezahl mit einer andern Zahl vertauscht worden ist. Es ist nehmlich nicht möglich, zwey falschen Angabezahlen auf die Spur zu kommen. Wenn ich also von zwey Fällen, in welchen ein Exempel verrechnet werden kann, rede, so bitte ich meine Leser, den ersten Fall jederzeit mit der Einschränkung zu verstehen, daß vom falschen Rechner nur Eine Angabezahl des Exempels mit einer andern Zahl vertauscht oder verwechselt worden sey.

die zu Berechnung eines Exempels erfordert werden, eine und die andere vergißt, oder durch ein Mißverständniß zu einer unrichtigen verleitet wird. Man nehme zum Beyspiel an, der Rechner stünde in dem Wahn, daß 10 Gr. 8 Pf. welche aus 4 Thalern der 9te Theil sind, der 9te Theil aus 3 oder 5 Thalern wären; muß er bey diesem Mißverständnisse nicht nothwendig auf ein falsches Facit stoßen? Da es nun 2 Fälle giebt, in welchen ein Exempel verrechnet werden kann, so erhellet daraus, daß man, um bey einem falsch ausgerechneten Exempel den gemachten Fehler zu entdecken, nach folgenden Regeln verfahren muß.

Erste Regel.

„Man rechne das Exempel erst richtig aus, damit man das wahre Facit erhalte, denn ohne dieses läßt sich der gemachte Rechnungsfehler keineswegs entdecken.

Zweyte Regel.

„Hat man das richtige Facit gefunden, so vergleiche man es mit dem falschen Facit, und untersuche, wie beyde differiren.

Dritte Regel.

„Hat man gefunden, welches Facit größer oder kleiner ist, so berechne man nun mit Zuziehung der einen Angabezahl aus dem aufgegebenen Exempel das falsche Facit.

Dadurch entdeckt man, ob der falsche Rechner den Fehler entweder in den Angabezahlen des Exempels, oder bey der Operation begangen hat.

Um dieses Verfahren recht anschaulich zu machen, will ich jetzt einige Beyspiele zur Erläuterung anführen.

Aufgabe.

„Jemand sollte ausrechnen, wie viel Thaler 72 Pfund Waare à 10 Gr. 8 Pf. kosten müßten. Er rechnete, und fand 12 Thaler. Hatte er richtig gerechnet oder nicht? Und wenn das Erste nicht ist, worinnen liegt der gemachte Fehler?

Untersuchung nach der ersten Regel.

Wenn 1 Pfund 10 Gr. 8 Pf. kostet, so müssen 72 Pfund nothwendig 72 mal 10 Gr. 8 Pf. kosten. 72 mal 10 Gr. 8 Pf. sind 32 Thlr. denn $\frac{72}{9} \times 4 = 32$. Hieraus erhellet nun, daß er falsch gerechnet hatte. Aber worinnen liegt der gemachte Fehler?

Untersuchung nach der zweyten Regel.

Das falsche Facit 12 Thaler ist kleiner als das richtige Facit, welches 32 Thaler beträgt. Hieraus läßt sich nun in Hinsicht auf den obenerwähnten ersten Fall schließen, daß der falsche Rechner entweder weniger Pfunde, und den angegebenen Preiß, oder die angegebenen Pfunde, und einen geringern Preiß angenommen haben muß.

Untersuchung nach der dritten Regel.

Das falsche Facit ist 12 Thaler. Jtzt wollen wir nun die 72 Pfund aus der Angabe beybehalten, und in einem Regel de tri Satze fragen: wie viel Groschen kostet 1 Pfund wenn 72 Pfund 12 Thaler gelten? Antwort. 4 Gr. denn $\frac{12}{72}$ Thaler = $\frac{1}{6}$ Thaler d. i. 4 Groschen. Hieraus erhellet, daß der falsche Rechner statt 10 Gr. 8 Pf. nur 4 Groschen angenommen, und also den Fehler in der Annahme des Preißes begangen haben kann. Inzwischen ist es auch möglich, daß er die 10 Gr. 8 Pf. beybehalten, und statt dessen den Fehler in der Annahme der Pfunde begangen hat. Wir wollen also jetzt in einem Regel de tri Satze fragen: wie viel Pfunde muß man für 12 Thaler erhalten, wenn 1 Pfund 10 Gr. 8 Pf. kostet, um dadurch zu erfahren, ob er etwa in den Pfunden geirret hat, und welches sodann von Beyden das Wahrscheinlichste ist. So viel mal 10 Gr. 8 Pf. in 12 Thalern stecken, so viel muß man auch für 12 Thlr. Pfunde bekommen. Da nun 10 Gr. 8 Pf. in 12 Thalern 27 mal stecken, denn $\frac{12}{4} \times 9 = 27$; so muß man also auch für 12 Thlr. 27 Pfund bekommen. Wenn man die gefundenen 27 Pfund gegen die in der Aufgabe befindlichen 72 Pfund zusammen hält, so sieht man offenbar, daß der falsche Rechner die Angabezahl verkehrt, und die 72 in 27 umgeschaffen hat. Dieser Fall ist also noch wahrscheinlicher, als der vorige.

Anmerk. Wenn der Lehrer seinen Schülern dieses Exempel vorlegt, und sie lassen es beym ersten Falle bewenden, so ist es seine Pflicht, sie auch noch auf den zweyten Fall aufmerksam zu machen. Hier finden sie nehmlich noch mehr Gelegenheit bey der Vergleichung der 72 u. 27 ihren Scharf-

sinn zu äußern; und dazu sind Exempel der Art vorzüglich bestimmt.

In Rücksicht der Operation läßt sich ein gemachter Rechnungsfehler überaus scharf entdecken, wenn der falsche Rechner die Anzeige thut, daß er die Angabezahlen richtig beybehalten habe, und welchen Weg der Berechnung er eingeschlagen ist. Ich will dieses ebenfalls durch ein Exempel anschaulich machen:

Aufgabe.

„Karl sagte zu Wilhelmen, wenn ich berechnen sollte, wie viel Thaler 56 Pfund à 5 Gr. 4 Pf. kosten müßten, so würde ich weiter nichts zu thun nöthig haben, als die Zahl 56 durch 9 zu dividiren, und sodann den gefundenen Quotienten mit der Zahl 2 zu multipliciren. Wilhelm bat ihn, daß ers thun möchte, weil er gern erfahren wollte, ob er auf diesem Wege das richtige Facit wirklich finden könne. Karl that es, und fand 12 Thlr. 5 Gr. 4 Pf. mit der hinzugefügten Bedeutung, daß er die Angabezahlen richtig beybehalten habe. War dieses Facit richtig; und wenn es nicht richtig ist, worinnen liegt der gemachte Fehler?

Untersuchung nach der ersten Regel.

Wenn 1 Pfd. 5 Gr. 4 Pf. kostet, so müssen 56 Pfd. nothwendig 56 mal 5 Gr. 4 Pf. kosten. 54 mal 5 Gr. 4 Pf. sind 12 Thlr., denn $\frac{54}{9} \times 2 = 12$. Zu diesen 12 Thalern müssen nun noch zweymal 5 Gr. 4 Pf. d. s. 10 Gr. 8 Pf., addirt werden. Dieses beträgt zusammen 12 Thlr. 10 Gr. 8 Pf. Hieraus erhellet, daß Karl falsch gerechnet hatte.

Untersuchung nach der zweyten Regel.

Da das falsche Facit 12 Thlr. 5 Gr. 4 Pf. nur um 5 Gr. 4 Pf. kleiner als das richtige Facit ist, und Karl die Angabezahlen richtig beybehalten hatte, so folgt daraus, daß er den Fehler nicht in den Angabezahlen, sondern in der Operation gemacht haben mußte.

Untersuchung nach der dritten Regel.

Das falsche Facit ist 12 Thlr. 5 Gr. 4 Pf.; das richtige 12 Thlr. 10 Gr. 8 Pf. Karl hat also in weiter nichts gefehlt, als darinnen, daß er zu den 12 Thalern nur den Preiß eines Pfundes addirt hat, da er doch den Preiß von 2 Pfunden hätte addiren sollen.

Hat der Lehrer seinen Schülern alles dieses recht verständlich gemacht, so kann er ihnen eine Zeit lang dergleichen falsch ausgerechnete Aufgaben zur Prüfung vorlegen. Wenn er gehörig dabey zu Werke geht, und hauptsächlich den Stufengang recht beobachtet, so wird er sehr scharfsichtige Rechner bekommen, und oft mit Vergnügen wahrnehmen, wie sinnreich ihre Einfälle sind. Ich will nun noch einige solcher verrechneter Aufgaben hier ansetzen.

Aufgabe.

„August mußte seinem Mitschüler Karl auf Verlangen des Lehrers folgendes Exempel aufgeben: wie viel Thaler betragen 81 Pfund à 2 Gr. 8 Pf.?" Karl rechnete falsch, weil er Augusten prüfen wollte, ob er scharfsinnig genug seyn würde, seinen Fehler zu entdecken, und antwortete also: Sie kosten 2 Thlr. August zeigte ihm aber nicht nur, daß sein gefundnes Facit falsch sey, sondern auch sogar den Fehler, welchen er bey der Berechnung gemacht hatte.

Worinnen lag der Fehler? Antw. Karl hatte aus 81 Pfd. 18 Pfd. gemacht.

Untersuchung.

81 Pfd. à 2 Gr. 8 Pf. betragen 9 Thlr., denn $\frac{81}{9} = 9$. Wenn man für 2 Gr. 8 Pf. oder $\frac{1}{9}$ Thlr. 1 Pfd. erhält, so muß man für 2 Thlr. nothwendig 18 Pfd. erhalten, denn 2 Thlr. enthalten 18 Zehnkreuzer in sich.

Aufgabe.

„Wie viel betragen 301 Pfd. à 3 Pf., fragte ein Lehrer seinen Rechenschüler Christian. Christian antwortete schnell: 301 Pfd. à 3 Pf. betragen 3 Thlr. 3 Gr. Sein Mitschüler August mußte ihm den Fehler zeigen, welchen er gemacht hatte. Welcher war es? Antw. Christian hatte vergessen zu den 3 Thalern und 3 Groschen, die er gefunden hatte, noch 3 Pf. zu addiren.

Untersuchung.

300 Pfund à 3 Pf. betragen 3 Thlr. 3 Gr. 301 Pfund müssen also nothwendig 3 Thlr. 3 Gr. 3 Pf. gelten. Da Christian die beyden Angabezahlen wiederholt hatte, so konnte August daraus schließen, daß der Fehler an der Operation liegen mußte. Und dieses war auch wirklich der Fall.

Aufgabe.

„Wie viel kosten 168 Pfd. à 7 Gr. fragte Wilhelm seinen Freund Heinrich? Heinrich antwortete: 168 Pfd. à 7 Gr. kosten 42 Thlr. Verzeihe, sprach Wilhelm, du hast dich verrechnet. Heinrich bat, ihm seinen gemachten Fehler zu entdecken, und Wilhelm that es. Heinrich schenkte ihm dafür eben so viel Aepfel, als er geglaubt hatte, daß 168 Gr. Thlr. betragen müßten. Wie viel Aepfel bekam Wilhelm. Antw. 6 Aepfel.

Untersuchung.

Wenn 1 Pfund 1 Gr. gekostet hätte, so würden 168 Pfund auch 168 Gr., d. s. 7 Thlr., kosten. Da aber 1 Pfd. 7 Gr. kostete, so müssen 168 Pfund nothwendig auch 7mal 7, d. i. 49 Thlr., kosten. Daß Heinrich die Aufgabe gerade auf diesem Wege berechnet haben mußte, kann der scharfsichtige Rechenschüler aus den Worten: — als er geglaubt hatte, daß 168 Groschen u. s. w. — schließen. Aber auch dieses nicht allein. Er entdeckt zugleich mit Heinrichs Irrthum, als welcher sich einbildete, daß 168 Gr. nur 6 Thlr. betrügen. Es könnte ein Rechenschüler auch darinnen den Fehler finden wollen, daß Heinrich falsch multiplicirt habe, indem er der Meynung gewesen sey, daß 7 mal 7 das Produkt 42 gebe. Allein dieser Einfall würde bey weitem nicht so viel Scharfsinn als jener verrathen.

Aufgabe.

„August wurde von seinem Lehrer gefragt, wie er es angreifen würde, wenn er 72 Pfund à 6 Gr. 4 Pf. auf Thlr. berechnen sollte? Ich würde, antwortete August, 6 Gr. 4 Pf. in 5 Gr. 4 Pf. und 1 Gr. zerlegen, und nun die 72 Pfd. erst auf 5 Gr. 4 Pf., und sodann auch noch auf 1 Gr. berechnen. Der Lehrer ließ ihn hierauf das Exempel ausrechnen, und August sagte nach einer kleinen Weile: 72 Pfd. à 6 Gr. 4 Pf. betragen 16 Thlr. Wenn dieses Facit falsch gewesen wäre, woran würde der Fehler gelegen haben? Antwort. Das Facit war wirklich falsch, und der Fehler lag daran, daß er die 72 Groschen zu addiren vergessen hatte.

Untersuchung.

72 Pfd. à 6 Gr. 4 Pf. betragen 19 Thlr., denn $\frac{72}{9} \times 2 = 16$, und zu 16 Thalern noch 3 Thlr. addirt, thut 19 Thlr. Da August das Exempel auf dem nehmlichen Wege berechnet hatte, so erhellet daraus, daß er den Werth

der 72 Pfde. à 1 Gr., d. s. 3 Thlr., zum ersten Facit zu addiren vergessen hatte.

Aufgabe.

„4 Stück Dukaten nach ihrem Pary betragen 11 Thlr. Wenn ich also, sprach Ferdinand, eine Anzahl Dukaten nach ihrem Pary berechnen sollte, so dürfte ich nur die 4 zu meinem Divisor, und die 11 zu meinem Multiplikator machen. Dieses hörte Ernst, und berechnete geschwind 33 Stück Dukaten nach ihrem Pary. Er fand 12 Thaler. Wenn er falsch gerechnet hätte, welchen Fehler würde er da begangen haben? Antw. Er hatte falsch gerechnet, und der begangene Fehler lag darinnen, daß er die Sache verkehrt angriff, nehmlich mit 11 dividirte, und mit 4 multiplicirte.

Untersuchung.

33 Stück Dukaten nach ihrem Pary betragen 90¾ Thlr. Hieraus erhellet, daß das Facit 12 Thlr. falsch ist. Wenn man, welches hier der kürzeste Weg ist, die 33 durch 11 dividirt, und den Quotienten mit 4 multiplicirt, so findet man den gemachten Fehler augenblicklich, und der Schluß, daß Ernst die Sache verkehrt angefangen habe, geht daraus von selbst hervor.

Aufgabe.

„Ein Kaufmann verkaufte 63 Ellen Tuch à 21 Gr. 4 Pf. Sein Sohn sollte ihm ausrechnen, wie viel Thaler er dafür eingenommen habe. Der Sohn that es, und fand 32 Thlr. Du hast falsch gerechnet, sprach der Vater. Der Sohn zeigte dem Vater sein Exempel, und dieser fand, daß er wirklich seine Aufgabe richtig berechnet hatte, und daß der Fehler bloß daran lag, weil der Sohn eine der Angabezahlen mit einer andern Zahl verwechselt hatte. Welche von beyden Angabezahlen war es? Antw. Die Zahl 63, statt welcher der Sohn die Zahl 36 auf seine Tafel geschrieben hatte.

Untersuchung.

63 Ellen à 21 Gr. 4 Pf. betragen 56 Thlr., denn $\frac{63}{9} \times 8 = 56$. 36 Ellen à 21 Gr. 4 Pf. betragen 32 Thlr. denn $\frac{36}{9} \times 8 = 32$. Folglich hatte der Sohn nicht den Preiß der 63 Ellen, sondern die 63 Ellen selbst, und zwar mit der Zahl 36 verwechselt.

Aufgabe.

„Zeige mir einmal dein Rechenbuch sprach ein Vater zu seinem Sohne. Als es der Sohn gethan hatte, so fand der Vater in demselben folgendes Exempel: 810 Pfund à 10⅔ Gr; und das darunter stehende Facit war 36 Thlr. Der Vater sprach: Siehe einmal nach, ob dieses Facit richtig sey. Der Sohn that es, und schrieb nach Entdeckung des gemachten Fehlers geschwind zum Facit noch eine Ziffer hinzu, und dadurch wurde das Facit richtig. Welche Ziffer mag es gewesen seyn? Antw. Die 0.

Untersuchung.

810 Pfd. à 10⅔ Gr. betragen 360 Thlr., denn $\frac{810}{9} \times 4 = 360$. Da das falsche Facit 36 Thlr. ist, so hatte der Sohn weiter nichts zu thun nöthig, als an die 36 die 0 zu schreiben, um das wahre Facit zum Vorschein zu bringen.

Aufgabe.

„Karls Vater hatte 600 Ellen, die Elle zu 4 Gr., deßgleichen 300 Ellen, die Elle zu 8 Gr. verkauft, und fragte Karln, wie viel Thaler dieses betrüge. Karl antwortete: 200 Thlr. Wenn ich nun, sprach der Vater, dieses Geld mit vier p. C. 2 Jahre lang verleihen wollte, wie viel Thlr. würden die sämmtlichen Interessen betragen? Karl antwortete: 24 Thtr. Wenn dieses falsch gewesen wäre, worinnen würde Karl sich verrechnet gehabt haben? Antwort. Es war falsch, denn er hatte das Kapital à 4 p. C. nicht auf 2, sondern auf drey Jahre berechnet.

Untersuchung.

Das aus den verkauften Ellen gelößte Geld war 200 Thlr. 200 Thlr. mit 4 p. C. auf 2 Jahre verliehen, geben 16 Thlr. Interessen: auf 3 Jahre hingegen, 24 Thlr. Da Karls Facit 24 Thlr. war, so erhellet daraus, daß er statt 2 Jahr, 3 Jahre verstanden, und berechnet hatte.

Aufgabe.

„Heinrich hatte die Zahl 9 mit sich selbst multiplicirt, vom Produkt den 9ten Theil abgezogen, den gefundenen Rest durch 28 vermehrt, die erhaltene Summe mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt, und wieder vom Produkt 66 abgezogen. Durch dieses Verfahren hatte er seine anfänglich angenommene Zahl 9 wieder gefunden; aber dieses war falsch, denn er hätte die Zahl 11 finden sollen. Sagt mir, Kinder, wo er gefehlt haben mochte? Antw. Er hatte gar nicht gefehlt.

Berechnung, und Beweiß.

$9 \times 9 = 81$. $\frac{81}{9} = 9$. Also $81 - 9 = 72$. $72 + 28 = 100$. $100 \times \frac{3}{4} = 75$, und $75 - 66 = 9$. Heinrich hatte also richtig operirt.

Anmerkung. Dergleichen Aufgaben können öfters auch mit vorkommen. Die Schüler werden dadurch auf eine angenehme Weise überrascht. Man macht sie behutsam, daß sie nicht eher urtheilen, bis sie ihrer Sache völlig gewiß sind. Es liegt auch darinnen eine gewisse Art von Abwechslung, als welche Kinder überhaupt sehr lieben. Dem Lehrer selbst kann es ebenfalls nicht unbedeutend seyn. Er findet hier Gelegenheit, die Entdeckung zu machen, wie seine Schüler beschaffen sind. Geben sie ihm die richtige Antwort, so findet er hierinnen einen deutlichen Beweiß, daß er sie gehörig unterrichtet, und hinlänglich geübt hat, und daß sie ihrer Sache gewiß sind.

Aufgabe.

„Denke dir eine ungerade Zahl aus, sprach Fritz zu seinem Bruder Adolph. Als Adolph dieses gethan hatte, so

sprach Fritz weiter: Setze zu derselben noch 4, multiplicire sodann die Summe mit sich selbst, und setze endlich zum Produkte noch 12. Nachdem Adolph damit fertig geworden war, so fragte ihn Fritz, was er für eine Zahl gefunden habe. Adolph antwortete: ich habe die Zahl 93 gefunden, und diese mußte er auch finden, weil er richtig gerechnet hatte. Du hast dir, sprach Fritz hierauf, die Zahl 9 ausgedacht. Dieses war falsch. Worinne hatte Fritz gefehlt? Antw. Er hatte vergessen, von der 9 die 4 abzuziehen, welche er Fritzen zu seiner angenommenen ungeraden Zahl hatte hinzusetzen lassen. Die Zahl war nehmlich 5.

Berechnung.

Adolph hatte die Zahl 93 gefunden, und diese Zahl war die richtige. Zieht man von 93 die Zahl 12 wieder ab, so bleibt Rest 81. Da die 81 ein Produkt ist, das aus der Multiplikation eines Faktors mit sich selbst entstund, so erhellet daraus, daß der Faktor selbst keine andere Zahl als die 9 seyn kann, denn $9 \times 9 = 81$. Die Zahl 9 war aus Adolphs angenommenen ungeraden Zahl und der Zahl 4 entstanden, welche Fritz hatte dazu addiren lassen. Zieht man also 4 von 9 ab, so bleibt 5. Diese Operation hatte aber Fritz vergessen, und hierinnen lag also der Fehler.

Aufgabe.

„Ein Lehrer fragte seinen Rechenschüler, wie viel Thaler betragen die sämmtlichen Interessen von 600 Thalern à 4 p. C. in 2 Jahren? Nachdem der Rechenschüler dieses richtig beantwortet hatte, so sprach der Lehrer: Jetzt setze einmal diese gefundenen Thaler in Gülden um. Da 8 Gülden 7 Thlr. sind, so wirst du, wenn du diesen Weg einschlägst, das richtige Facit mit wenig Mühe finden können. Der Rechenschüler schlug diesen Weg ein, und fand 42 Gülden. Wenn dieses Facit nicht richtig gewesen wäre, welchen Fehler würde da der Rechenschüler begangen haben?

Antw. Das Facit war nicht richtig, und der Fehler lag daran, daß er verkehrt operirt hatte.

Untersuchung.

600 Thlr. à 4 p. C. geben in 2 Jahren 48 Thlr. Interessen. Diese 48 Thlr. hatte der Rechenschüler richtig gefunden. Nun hätte er die 48 Thlr. durch 7 dividiren und den gefundenen Quotienten mit 8 multipliciren sollen: aus seinem Facit sieht man aber, daß er die 48 Thaler durch 8 dividirt, und den Quotienten mit 7 multiplicirt, und also verkehrt operirt hatte.

Wenn diese Uebungen eine Zeit lang gedauert haben, so kann der Lehrer den Uebergang zur sogenannten zusammengesetzten Regel de tri machen. Aufgaben aus dieser Rechnungsart sind für die Kinder wegen der häufigen Abwechslungen, die sich dabey anbringen lassen, überaus unterhaltend, und können auch, wenn man sie gehörig einrichtet, auf eine leichte Weise im Kopfe ausgerechnet werden. Wie man inzwischen eine Aufgabe der zusammengesetzten Regel de tri zu beurtheilen, anzusetzen und zu berechnen habe, das muß der Lehrer seine Schüler selbst finden lassen. Ich will zu dem Ende die über die Regel de tri angefangene Unterredung hier fortsetzen, damit sich der Lehrer derselben zum Leitfaden bedienen kann.

Fortsetzung.

Lehrer. Ihr sollet nun, liebe Kinder, wieder eine sehr angenehme, und dabey überaus leichte Rechnungsart kennen lernen. Gebet also wohl Acht, damit ihr zu dem Vergnügen, Aufgaben aus dieser Rechnungsart

art ausrechnen zu können, recht bald gelangen möget. Wie viel Gesellen hat jetzt dein Vater. A?

A. Zwey Gesellen.

L. Wie viel Ellen Zeug verfertigen denn diese beyden Gesellen deinem Vater wöchentlich?

A. Ich glaube 40 Ellen.

L. Wenn dein Vater sich 4 solche Gesellen hielte, würden da wöchentlich auch nur 40 Ellen Zeug fertig werden?

A. Nein, sondern viel mehr.

L. Wie viel denn nehmlich?

A. 80 Ellen.

L. Und wie viel Ellen würden diese 4 Gesellen sodann in 2 Wochen verfertigen?

A. Zweymal achtzig, d. i. 160 Ellen.

L. Hat mir dein Mitschüler meine ihm vorgelegten Fragen alle richtig beantwortet. B?

B. Alle richtig.

L. Aber wie mußte er es denn anfangen, als er mir ausrechnen sollte, wie viel Ellen Zeug 4 Gesellen seinem Vater wöchentlich verfertigen würden?

B. Er mußte:

1. untersuchen, wie viel mal 4 Gesellen mehr als 2 Gesellen sind, und sodann
2. mit der gefundnen Zahl 2 die 40 Ellen multipliciren.

L. Richtig. Jetzt sage mir auch noch, wie er es anfangen mußte, um mir sagen zu können, wie viel Ellen Zeug diese 4 Gesellen in 2 Wochen verfertigen könnten?

B. Er mußte:

1. untersuchen, wie viel mal 2 Wochen mehr als 1. Woche sind, und sodann

2. mit der gefundnen Zahl 2 die 80 Ellen multipliciren.

L. Richtig. Hast du bemerkt, C. was das für Aufgaben waren, die dein Mitschüler auszurechnen hatte?

C. Es waren Aufgaben aus der Regel de tri.

L. Und wie viel waren es an der Zahl?

C. Zwey.

L. Wiederhole sie mir noch einmal.

C. Die erste Aufgabe war:

Wenn 2 Gesellen wöchentlich 40 Ellen verfertigen, so können 4 Gesellen 80 Ellen machen."

Die zweyte war:

„Wenn diese Gesellen in 1. Woche 80 Ellen verfertigen, so bringen sie in 2 Wochen 160 Ellen fertig.

L. Jetzt will ich einmal diese beyden Aufgaben aus der Regel de tri in eine einzige Aufgabe zusammen fassen, und dann wollen wir sehen, wie man sie berechnen müßte. Habet wohl Acht, lieben Kinder.

„Wenn 2 Gesellen in 1. Woche 40 Ellen verfertigen, wie viel Ellen könnten da 4 Gesellen in 2 Wochen fertig bringen?"

L. Aus wie viel Zahlen besteht diese Aufgabe. D?

D. Aus 5 Zahlen.

L. Und was siehst du aus der Frage, in welche sie eingekleidet ist?

D. Daß man die 6te Zahl dazu finden soll.

L. Und welche muß diese Zahl seyn?

D. Die 160.

L. Woher weißt Du das?

D. Weil wir sie schon vorhin kennen lernten.

L. Wenn Du aufmerksam gewesen bist, E. so wirst Du mir noch sagen können, wie dein Mitschüler verfuhr, um zu finden, wie viel Ellen die 4 Gesellen seinem Vater wöchentlich verfertigen könnten. Sage mirs einmal.

E. Er nahm die Arbeit der 2 Gesellen, nehmlich die 40 Ellen doppelt.

L. Und wie verfuhr er, um zu finden, wie viel Ellen diese 4. Gesellen in 2 Wochen verfertigen könnten?

E. Er nahm die gefundnen 80 Ellen doppelt, weil 2. Wochen noch einmal so viel als Eine Woche sind.

L. Da unsre 5 zahlige Aufgabe blos aus den vorigen beyden zusammengesetzt ist, und nichts anders als dasselbe vorkommt, so sage mir, ob man durch dasselbige Verfahren deines Mitschülers nicht auch das begehrte Facit richtig müsse finden können?

E. Allerdings.

L. Nun so wende es jetzt bey der Berechnung dieser Aufgabe an.

E. Wenn 2 Gesellen 40 Ellen machen, so machen 4 Gesellen zweymal so viel, nehmlich 80 Ellen, in 1. Woche. Und wenn sie in 1 Woche 80 Ellen machen, so machen sie in 2 Wochen zweymal so viel, nehmlich 160 Ellen.

L. Richtig. Merkt euch dieses Verfahren, l. K. und richtet euch darnach, wenn ihr dergleichen 5 zahlige Aufgaben, worinnen eine Wirkung berechnet werden soll, vorgelegt bekommet. Ihr werdet sodann die zu wissen begehrte Zahl gewiß allemal richtig finden.

Jetzt noch einige Exempel der Art zur Uebung.

„Wenn 3 Personen in 1 Woche 10 Stück Tuch verfertigen, wie viel Stücken Tuch werden da 9 Personen in 4 Wochen verfertigen können?"

Rechne Du diese Aufgabe aus, F.

F. Wenn 3 Personen wöchentlich 10 Stück machen, so machen 9 Personen in derselben Zeit 3 mal 10 Stück. Und wenn diese 9 Personen in 1 Woche 3 mal 10, d. i. 30 Stück machen, so können sie in 4 Wochen 4 mal 30. d. i. 120 Stücke verfertigen.

L. Richtig. Jetzt mache Du einen Versuch, G.

„Wenn 8 Personen in 1 Woche 16 Brode zu ihrem Unterhalte brauchen, wie viel Brode der Art bedürfen 24. Personen zu ihrem Unterhalte auf 6 Wochen?"

G. 8 Personen bedürfen in 1 Woche 16 Brode, also bedürfen 24 Personen in derselben Zeit 3 mal 16, d. i. 48 Brode: und in 6 Wochen also 6 mal 48, d. i. 288 Brode.

L. Richtig. Jetzt rechne Du noch eins aus, J.

„Wenn 200 Thlr. Kapital in 1 Jahre 8 Thlr. Zinsen einbringen, wie viel Thaler Zinsen werden da 400 Thlr. Kapital in 3 Jahren einbringen?"

J. Wenn 200 Thaler Kapital in 1 Jahre 8 Thaler Zinsen einbringen, so bringen 400 Thlr. Kap. in

1 Jahre 2 mal 8 Thlr., d. i. 16 Thlr., und also in 3 Jahren 3 mal 16 Thlr. d. i. 48 Thlr. ein.

Anmerkung. Der Lehrer kann hier nun seine Schüler auch Exempel der Art selbst erfinden und diktiren lassen.

Fortsetzung.

L. Rechne mir noch einmal die gestrige Aufgabe aus, A. „Wenn 2 Gesellen in 1. Woche 40 Ellen verfertigen, wie viel Ellen können da 4 Gesellen in 2. Wochen fertig bringen?“

A. 160 Ellen.

L. Was sind die gefundnen Ellen in Beziehung auf die Arbeiter betrachtet?

A. Ihre Verrichtung, oder die Wirkung derselben.

L. Jetzt will ich nun diese Aufgabe umbilden, und zwar so, daß die gefundnen 160 Ellen in dieselbe zu stehen kommen, und die 4 Gesellen, als die Ursache dieser Wirkung, das Frageglied werden sollen. „Wenn 2 Gesellen in 1 Woche 40 Ellen verfertigen, so fragt sichs, wie viel man soche Gesellen haben müßte, wenn in 2 Wochen 160 Ellen fertig werden müßten?“

Lasset uns nun sehen, wie man verfahren muß um dieses Exempel richtig auszurechnen. Wie viel mal sind denn 160 Ellen mehr als 40 Ellen, B.?

B. 4 mal mehr.

L. Wodurch findet man dieses?

B. Wenn man mit 40 in 160 dividirt.

L. Wer in einer Woche 4 mal so viel Ellen verfertigt haben will, als 2 Arbeiter verfertigen können, was hat der zu thun nöthig?

B. Er muß auch 4 mal so viel Arbeiter dazu anstellen.

L. Wenn dahero 2 Gesellen nur 40 Ellen in einer Woche verfertigen können, wie viel solcher Gesellen braucht man also zu Verfertigung von 160 Ellen in einer Woche?

B. 4 mal 2 Gesellen, oder 8 Gesellen.

L. Richtig. Aber braucht man denn auch diese 8 Gesellen, wenn die 160 Ellen nicht in Einer, sondern erst in 2. Wochen fertig werden sollten?

B. Nein.

L. Wie viel brauchte man da nur Gesellen?

B. Die Hälfte von 8 Gesellen, nehmlich 4.

L. Richtig. Hier haben wir nun also die 4 Gesellen, welche in der ersten Aufgabe angezeigt waren, gefunden. Durch welches Verfahren, C?

C. Wir untersuchten:

1. wie viel mal 40 Ellen, die Wirkung der 2 Gesellen, in 160 Ellen, als der angezeigten Wirkung der Gesellen, deren Anzahl wir durch die Berechnung finden sollten, enthalten sind.
2. wie viel Gesellen dazu seyn müßten, wenn die 160 Ellen in 1. Woche fertig werden müßten.
3. wie viel Gesellen aber nur nöthig sind, wenn die 160 Ellen nicht in 1. Woche, sondern in 2 Wochen fertig werden sollten.

L. Richtig. Merkt euch nun dieses Verfahren, l. K. machet jederzeit Gebrauch davon, wo euch der-

gleichen Aufgaben, in welchen eine Ursache berechnet werden soll, vorgelegt werden. Ihr findet durch dieses Verfahren gewiß allemal das richtige Facit.

Lasset uns jetzt zur Uebung noch einige Exempel der Art ausrechnen.

„Wenn 4 Arbeiter in 1 Woche 6 Thlr. verlangen, wie viel solche Arbeiter kann man für 24 Thlr. 2 Wochen lang halten?“

Rechne Du dieses Exempel aus, D.

D. 6 Thlr. sind in 24 Thlr. 4 mal enthalten. Für 24 Thaler kann man also wöchentlich 4 mal 4 Arbeiter, d. i. 16 Arbeiter halten. Sollen aber die 24 Thlr. nicht 1. sondern 2 Wochen zulangen, so kann man nur 8 Arbeiter halten.

L. Rechne auch Du mir eins aus, E.

„Wen 300 Thlr. Kapital in 1 Jahre 12 Thlr. Zinsen geben, so fragt sichs, wie groß das Kapital seyn muß von welchem man in 4 Jahren 48 Thlr Zinsen ziehen will?

E. 12 Thlr. sind in 48 Thalern 4 mal enthalten; also 4 × 300 = 1200 Thlr. Kapital wenn 48 Thlr. die Zinsen von 1 Jahre wären, Da sie aber die Zinsen von 2 Jahren sind, so ist das Kapital nur 600 Thlr.

L. Gieb Du jetzt selbst Dir ein Exempel der Art auf, F.

F. „Wenn 4 Pferde in 1 Woche 3 Centner Heu fressen, wie viel Pferde mußte August in seinem Stalle haben, der binnen 8 Wochen 36 Ctr. Heu verfüttert hatte?“

Berechnung.

3 Centner sind in 36 Centnern 12 mal enthalten. Hätte August 12 mal 4 Pferde, d. i. 48 Stück, in seinem Stalle gehabt, so würden die 36 Centner Heu schon in 1 Woche aufgezehret worden seyn. Weil er aber damit 8 Wochen reichte, so könnte er nur den 8 Theil von 48, d. i. 6 Pferde in seinem Stalle haben.

Fortsetzung.

L. Heute, lieben Kinder wollen wir nun noch solche Aufgaben ausrechnen lernen, worinnen die Zeit der Gegenstand der Frage ist.

Wiederhole mir einmal das erste Exempel aus der vorigen Unterredung. A.

A. „Wenn 2 Gesellen in 1 Woche 40 Ellen verfertigen, wie viel solche Gesellen braucht man, um in 2 Wochen 160 Ellen fertig zu bekommen?“

L. Sage mir auch noch das Facit dazu.

A. 4 Gesellen.

L. Jetzt will ich diese Aufgabe umbilden, und zwar so, daß wir die 2 Wochen auszurechnen bekommen.

„Wenn 2 Gesellen in 1 Woche 40 Ellen verfertigen, in wie viel Wochen werden da wohl 4 solche Gesellen 160 Ellen fertig bringen?“

Lasset uns nun jetzo untersuchen, wie man dergleichen Aufgaben berechnen muß.

Wenn Du mit 2 in 4 dividirst, welche Zahl findest Du zum Quotienten?

B. Die Zahl 2.

L. Und was zeigt dir dieser Quotientan?

B. Daß die Zahl 4 noch einmal so groß als die Zahl 2 ist.

L. Wenn Du also 2 Gesellen mit 4 Gesellen vergleichst?

B. So finde ich, daß 4 Gesellen noch einmal so viel als 2 Gesellen sind.

L. Sind 4 Gesellen noch einmal so viel als 2 Gesellen, was läßt sich da in Absicht ihrer Arbeit schließen?

B. Daß 4 Gesellen nach einmal so viel als 2 Gesellen machen können.

L. Wenn nun 2 Gesellen in 1 Woche 40 Ellen verfertigen können, wie viel Ellen müssen binnen dieser Zeit also 4 Gesellen verfertigen können?

B. Noch einmal so viel als 40, d. s. 80 Ellen.

L. Wie viel mal stecken denn 80 Ellen in 160 Ellen?

B. 2 mal.

L. Was sieht man nun hieraus?

L. Daß die 4 Gesellen zu Verfertigung der 160 Ellen zweymal so viel Zeit als zu 80 Ellen, also 2 Wochen, brauchen.

L. Richtig. Also haben wir, wie ihr sehet, auf diesem Wege die zu wissen begehrten 2 Wochen richtig gefunden. Jetzt wiederhole mir noch einmal das Verfahren C.

C. Es wurde

1. untersucht, wie viel mal 2 Gesellen in 4 Gesellen enthalten sind.
2. aus dem gefundnen Quotienten bestimmt, daß die 4 Gesellen noch einmal so viel als die 2 Gesellen in einer Woche verfertigen können.

3. mit der gefundenen Zahl ihrer Verrichtung, nehmlich die 80 in 160 dividirt.
4. aus dem Quotienten die Zahl der Wochen bestimmt, die sie zu Verfertigung der 160 Ellen nöthig hatten.

L. Merkt euch nun auch dieses Verfahren noch lieben Kinder und lasset euch dasselbe jederzeit zur Regel dienen, wo es Aufgaben der Art auszurechnen giebt: Ihr werdet bey genauer Befolgung desselben das Facit dann allezeit richtig treffen.

Wollen wir denn jetzt auch noch einige Exempel zur Uebung ausrechnen?

„Wie viel Wochen lang müssen 6 Arbeiter über der Verfertigung von 90 Ellen zubringen, wenn 2 Arbeiter in 1 Woche 15 Ellen zu Stande bringen?“

D. 2 Arbeiter sind in 6 Arbeitern 3 mal enthalten. Also verfertigen 6 Arbeiter in 1 Woche 45 Ellen. Da 45 Ellen in 90 Ellen 2 mal stecken, so müssen die 6 Arbeiter über 90 Ellen auch 2 Wochen lang arbeiten.

L. Rechne jetzt Du, E.

E. „Wie viel Jahre lang müssen 1000 Thlr. Kapital verliehen werden, um 50 Thaler Zinsen zu bringen. wenn 500 Thlr. in 1 Jahre 25 Thaler Zinsen tragen?“

E. 500 Thaler Kapital sind in 1000 Thaler Kapital 2 mal enthalten. 1000 Thaler Kapital müssen also jährlich 2 mal 25, d. i. 50 Thlr. Zinsen tragen. 50 : 50 = 1. Also 1 Jahr lang.

L. Noch eins. Du F. diktire es, und Du G. berechne es.

F. „Wenn 3 Personen in 1 Woche 20 Ellen graben, in wie viel Wochen wird ein Graben gehoben werden können von 12 Personen, der 160 Ellen lang ist?“

G. 12 Personen können in 1 Woche 4 mal 20 Ellen d. i. 80 Ellen fertig bringen. 80 Ellen : 160 Ellen = 2. Also in 2 Wochen.

L. Diese 5 zahligen Aufgaben, welche ihr zeither ausgerechnet habet, nennt man in einer ausländischen Sprache die Regel Quinque. Wenn ihr also diesen Nahmen einmal irgendwo höret, so stoßet euch nicht daran. Man meynt damit dieselbe Regel, die ihr jetzt habet kennen lernen. Sie heißt auch die zusammengesetzte Regel de tri, weil dergleichen Aufgaben aus 2 Regel de tri Exempeln zusammengesetzt sind.

Fortsetzung.

L. Jetzt wollen wir sehen, l. K. wie sich auf dergleichen Aufgabe die Probe machen läßt.

Rechne mir einmal aus A.

„Wie viel Ellen Leinwand können 36 Arbeiter in 4 Wochen verfertigen, wenn 9 solcher Arbeiter in 1 Woche 30 Ellen machen?“

A. 480 Ellen.

L. Jetzt rechne Du mir einmal aus B.

„Wie viel Arbeiter können in 4 Wochen 480 Ellen verfertigen, wenn 9 solcher Arbeiter in 1 Woche 30 Ellen machen?“

B. 36 Arbeiter.

L. Jetzt rechne Du mir aus, C.

„In wie viel Wochen können 36 Arbeiter 480 Ellen verfertigen, wenn 9 solcher Arbeiter in 1 Woche 30 Ellen machen?

C. In 4 Wochen.

L. Was siehst Du aus deinem Facit, wenn Du es mit der Aufgabe deines Mitschülers B. zusammen hältst?

C. Ich sehe das mein Facit richtig ist: und eben so auch das Seinige.

L. Und was siehest Du aus deinem Facit B. wenn Du es mit der Aufgabe deines Mitschülers A. vergleichest?

B. Ich sehe, daß wir alle Beyde richtig gerechnet haben.

L. Woraus denn?

B. Weil ich dieselbe Zahl wieder fand, die in seiner Aufgabe angezeigt war, nehmlich 36 Arbeiter.

L. Wenn hättest Du diese Zahl nicht finden können?

B Wenn sein Facit, nehmlich die 480 Ellen, welches in meine Aufgabe von Ihnen eingesetzt wurde, falsch gewesen wäre.

L. Kannst Du mir nun sagen, wie mans anzufangen hat, um auf solche Exempel die Probe zu mamachen?

B. Man muß nach der Berechnung eines Exempels das Facit

1. wenn dasselbe eine Wirkung bezeichnet, in die Aufgabe also hineinsetzen, daß man ihre Ursache nun zur Fragezahl macht. Oder

2. wenn dasselbe eine Ursache bezeichnet, in die Aufgabe also hineinsetzen, daß man ihre Wirkung nun zur Fagezahl macht. Oder

3. wenn dasselbe die Zeit bezeichnet, in welcher die Ursache eine Wirkung hervorbringt, in die Aufgabe also hineinsetzen, daß man entweder die Ursache selbst, oder die Wirkung statt ihrer zur Fragezahl macht.

L. Und wenn man nun das wieder findet, was man erst in der Aufgabe zu berechnen hatte?

B. So ist das ein sichrer Beweiß, daß man richtig multiplicirt und dividirt, und mithin das Exempel richtig ausgerechnet hat.

L. Merkt euch diese Probe l. K. damit ihr von jeder Aufgabe, die ihr berechnet, behaupten könnet, daß euer Facit richtig sey.

Anmerkung. Man kann den Schüler auch noch dahin anweisen, daß er das correspondirende Glied in der Aufgabe zur Fragezahl wähle. Z. B. Ursache und Ursache. u. s. w.

Fortsetzung.

L. Man kann sich sehr oft die Berechnung solcher Aufgaben abkürzen, und dadurch erleichtern, lieben Kinder. Auch darauf lasset uns noch sehen, ehe wir mit den Uebungsaufgaben den Anfang machen. Multiplicire Du einmal jetzt A. die Zahlen

8
4
2

mit einander, und sage mir sodann das Produkt derselben.

A. 8 mal 4 ist 32 und 2 mal 32 ist 64.

L. Multiplicire ferner die Zahlen

16
3
4.

A. 16 mal 3 ist 48 und 4 mal 48 ist 192.

L. Dividire mit dem ersten Produkte ins andre.

A. 64 : 192 = 3 mal.

L. Dieselbe Zahl 3 würdest Du aber auch viel geschwinder und kürzer haben finden können, wenn Du nehmlich die Factoren, welche sich gegen einander aufheben ließen, aufgehoben hättest. Z. B.

8	~~16~~
~~4~~ auf der einen Seite	3 auf der andern Seite
~~2~~	~~4~~

Die Zahl 4 gegen 4. ferner 8 mal 2 ist 16 gegen 16. Jetzt bleibt keine Zahl mehr übrig als der zu suchende Quotient.

Merkt euch also dieses, liebe Kinder, damit ihr euch die Berechnung solcher Aufgaben im Kopfe nicht ohne Noth sauer machet. Suchet so viel als möglich die Zahlen gegen einander aufzuheben. Dieses wird euch nicht allein das Rechnen erleichtern, sondern auch eurer Nachdenken in größere Thätigkeit versetzen, und also selbst eine schöne Verstandesübung für euch werden.

Uebungsaufgaben.

Aufgabe.

„Wenn in 3 Jahren 200 Thaler Kapital 30 Thaler Intressen eintragen, wie viel Thaler Intressen bringt ein Kapital 600 Thalern in 7 Jahren ein? Antw. 210 Thlr.

Berechnung.

200 × 3 = 600. 600 gegen 600 heben ſich. Alſo 30 × 7 = 210.

Aufgabe.

„A lieh ſeinem Freunde B ein Kapital von 200 Thlrn. 2 Jahre lang. Als ihm B die veraccordirten 20 Thlr. Intreſſen dafür entrichten wollte, ſo nahm ſie A nicht an. Nach Verlauf einiger Zeit lieh B ſeinem Freunde A 400 Thlr. auf 3 Jahre lang. Er nahm dafür aber auch keine Intreſſen. Aus Dankbarkeit ſchenkte A den Kindern ſeines Freundes B ſo viel Thaler, als er ſeinem Freunde B nach Abzug ſeiner 20 Thaler Intreſſen, die er ihm geſchenkt hatte, auf das Darlehn ſeines Kapitals verhältnißmäßig hätte hinausgeben müſſen. Wie viel Thaler erhielt jedes Kind, wenn B vier Kinder hatte? Antw. 10 Thlr.

Berechnung.

200 × 2 = 400. 400 gegen 400 heben ſich. Alſo 20 × 3 = 60 Thlr. Von 60 Thalern 20 abgezogen, bleibt Reſt 40 Thlr. 40 dividirt durch 4, giebt 10.

Aufgabe.

„Wenn 8 Perſonen binnen 2 Wochen 32 Stück verfertigen, wie viel Perſonen können binnen 9 Wochen 36 Stück verfertigen? Antw. 4 Perſonen.

Berechnung.

8 × 4 = 32. 32 gegen 32 hebt ſich. 9 ſteckt in 36 4 mal. Alſo 4 Perſonen.

Aufgabe.

„3 Brüder erbten 36 Thlr, und verzehrten ſie in 12 Tagen. Wie viel Tage würden ſie haben zehren können, wenn die Erbſchaft 3 mal ſo groß geweſen wäre, und ſie noch einen Freund dazu genommen hätten? Antw. 27 Tage.

Berechnung.

3 $\times$ 12 = 36. 36 gegen 36 hebt sich. 36 dreymal genommen, thut 108. 108 dividirt durch 4 = 27.

Aufgabe.

„Ein wohlthätiger Mann vertheilte aller 4 Wochen unter 8 fleißige Schulkinder 2 Speciesthaler. Unter diesen Kindern waren 3 Brüder. Wie viel Groschen vom Geschenk hatten diese binnen 3 Wochen erhalten? Antwort 18 Gr.

Berechnung.

4 $\times$ 8 = 32. 2 Speciesthaler sind 64 Groschen, 32 in 64 steckt 2 mal. Also 2 mal 3 ist 6, und 3 mal 6 ist 18.

Aufgabe.

„Mit 63 Zehnkreuzern konnte A 4 Wochen lang 2 Arbeiter besolden. Wie viel Thaler würde er gebraucht haben, um 8 Arbeiter 5 Wochen lang besolden zu können? Antwort 35 Thaler.

Berechnung.

4 $\times$ 2 = 8. 8 gegen 8 hebt sich. 63 Zehnkreuzer sind 7 Thlr. Also 7 $\times$ 5 = 35.

Aufgabe.

„Wenn 6 Personen binnen 6 Wochen 360 Ellen verfertigen, wie viel Ellen können 13 Personen in 11 Wochen verfertigen? Antw. 1420 Ellen.

Berechnung.

6 $\times$ 6 = 36. 36 steckt in 360 10 mal. Also 13 $\times$ 11 = 143, und 143 $\times$ 10 = 1430.

Aufgabe.

„Wenn 9 Personen binnen 3 Wochen 270 Ellen verfertigen, in wie viel Wochen werden 10 Personen 500 Ellen fertig bringen? Antw. in 5 Wochen.

Berechnung.

$9 \times 3 = 27$. 27 steckt in 270 10 mal. $10 \times 10 = 100$. 100 steckt in 500 5 mal. Also 5 Wochen.

Aufgabe.

„Hätte A noch ein Mal und ½ Mal so viel Thaler gehabt, als er deren wirklich hatte, so würde er damit 10 Arbeiter 5 Wochen lang, für jeden wöchentlich 1 Thaler gerechnet, haben besolden können. Wie viel Wochen lang konnte er also mit dem Gelde, das er wirklich besaß, 4 Arbeiter besolden? Antw. 5 Wochen lang.

Berechnung.

Wenn 1 Arbeiter wöchentlich 1 Thaler bekommt, so erhalten 10 Arbeiter 10 Thlr. und in 5 Wochen erhalten sie mithin 50 Thlr. Hätte also A. 50 Thlr. besessen, so konnte er damit 10 Arbeiter 5 Wochen lang besolden. Allein er besaß nur 20 Thlr., denn 50 dividirt durch $\frac{5}{2}$ giebt 20. Wenn nun 10 Arbeiter 5 Wochen lang 50 Thlr. zu erhalten kosten, so kann man für 20 Thlr. 4 Arbeiter nicht länger als 5 Wochen erhalten. Oder kürzer. A besaß 20 Thlr. damit konnte er 20 Arbeiter 1 Woche lang besolden. Nur 4 Arbeiter reichen also mit 20 Thalern 5 mal so lange aus, d. i. 5 Wochen.

Anmerk. Durch dergleichen Zusammensetzungen wird diese Rechnungsart für die Kinder immer unterhaltender. Sie finden darinnen noch mehr Stoff zum Nachdenken, und zum Vergnügen. Inzwischen darf man sie nicht zu frühzeitig darauf hinleiten. Nicht eher können dergleichen Aufgaben ihnen diktirt werden, bis sie eine Menge der Art wie die vorhergehenden waren, richtig und mit vieler Fertigkeit im Kopfe ausgerechnet haben. Dieses gilt nun auch von denen, welche ich jetzt noch ansetzen will.

Aufgabe.

„A und B legten ein Kapital zusammen. A legte 1800 Thlr. und B 600 Thlr. Sie verdienten sich mit diesem

zusammengelegten Gelde durch Wechselgeschäfte 280 Thlr. B. konnte just mit seinem ihm zugefallenen Antheile des Gewinns seine 7 Arbeiter, welche ihm 10 Wochen lang seinen Garten bearbeitet hatten, auszahlen. Wenn er nun in der Folge 3 Arbeiter noch 2 Wochen lang in seinem Garten angestellt hätte, wie viel Thlr. würde er zur Besoldung dieser nöthig gehabt haben? Antw. 6 Thaler.

Berechnung.

B erhielt vermöge seiner Einlage vom Gewinn den 4ten Theil, also 70 Thlr., denn 280 : 4 = 70. 7 Arb. × 10 = 70. Wenn also 70 Arb. 70 Thlr. zu besolden kosteten, so müssen 2 mal 3 Arbeiter 6 Thlr. kosten.

Aufgabe.

„Wenn du mir, sprach Augusts Vater, folgende Aufgabe richtig im Kopfe ausrechnest, so schenke ich dir zum Einkauf deiner Klaviernoten eben so viel Zehnkreuzer, als die Zahl des Facits Einheiten enthält. Der Vater diktirte ihm nun folgende Aufgabe. Jemand hatte 4 Arbeiter 3 Wochen lang mit 12 Thalern besolden müssen. Er beschloß die sämmtlichen Interessen eines Kapitals von 200 Thalern, das er mit 5 p. C. 2 Jahre lang ausgeliehen hatte, auch noch zur Besoldung der Arbeiter anzuwenden. Es fragt sich also, wie viel Wochen lang konnte er mit seinen Interessen die angestellten 4 Arbeiter unterhalten? August rechnete seine Aufgabe richtig aus. Wenn er nun für die Klaviernoten 1 Thlr. zu bezahlen hatte, wie viel brauchte er nach Empfang des verdienten Geschenks vom Vater, nur noch aus seinem Beutel dazu zu legen? Antwort 10 Gr. 8 Pfennige.

Berechnung.

Die Interessen des Kapitals betragen 20 Thlr. Wenn nun der Besitzer dieses Kapitals 4 Arbeiter 3 Wochen lang mit 12 Thalern besoldet hatte, so konnte er also mit 20 Thalern 4 Arbeiter 5 Wochen lang unterhalten. Au-

gust, der dieses Facit richtig gefunden hatte, empfing daher 5 Zehnkreuzer. 5 Zehnkreuzer und 4 Zehnkreuzer thun 1 Thlr. 4 Zehnkreuzer aber, als welche er aus seinem Beutel geben mußte, sind 10 Gr. 8 Pf.

Aufgabe.

„A hatte 72 Ellen à 21⅓ Gr. verkauft, und von der Hälfte des dafür eingenommenen Geldes 8 Arbeiter 4 Wochen lang besolden können. Wie viel Wochen lang konnte er für die andre Hälfte 6 Arbeiter besolden? Antwort. 5⅓ Woche.

Berechnung.

72 Ellen à 21⅓ Gr. betragen 64 Thlr. Die Hälfte von 64 Thlrn. sind 32 Thlr. $8 \times 4 = 32$. 32 gegen 32 hebt sich. Also 6 dividirt in die andre Hälfte, nehmlich in 32 Thlr., giebt 5⅓.

Aufgabe.

„A hatte 8 Ellen Band eingekauft, und dafür 21 Gr. 4 Pf. bezahlt. B besaß so viel Thaler, als 54 Ellen von diesem Bande betragen. B unterstützte mit seinen Thalern 3 dürftige Knaben 2 Monate lang, indem er für sie das Schulgeld bezahlte. Nach einiger Zeit erhielt B 8 Thlr. zum Geschenk. Er beschloß diese 8 Thlr. ebenfalls auf das Schulgeld der drey dürftigen Knaben zu verwenden. Wie viel Monate lang konnten sie also dafür die Schule besuchen? Antw. 2⅔ Monat.

Berechnung.

54 Ellen à 2 Gr. 8 Pf., denn so viel kostet 1 Elle, betragen 6 Thlr. Wenn 3 Knaben 2 Monate lang für 6 Thlr. unterrichtet werden, so können sie für 8 Thlr. 2⅔ Monat unterrichtet werden, denn $8 : 3 = 2\frac{2}{3}$.

Aufgabe.

„Ein Kaufmann verkaufte 192 Ellen, die Elle für 7 Gr. und 80 Ellen, die Elle zu 12 Gr. Zu dem gelößten Gelde

legte er noch 36 Zehnkreuzer und 100 Thlr. Dieses sämmtliche Geld verlieh er 2 Jahre lang, und zog davon 16 Thlr. Interessen. Wie viel Thaler Interessen würde er in 3 Jahren erhalten haben, wenn er bey Ausleihung seines Kapitals noch die 300 Thaler dazu gelegt hätte, die er von seinem Bruder geerbt hatte? Antw. 60 Thlr.

Berechnung.

192 Ellen à 7 Gr. betragen 56 Thlr. 80 Ellen à 12 Gr. thun 40 Thlr. 36 Zehnkreuzer sind 4 Thlr. Also 56 Thlr. × 40 Thlr. × 4 Thlr. × 100 Thlr. = 200 Thlr. 2ØØ × 2 = 4. 16 : 4 = 4. 5ØØ × 4 = 20 und 20 × 3 = 60. Die durchstrichnen Nullen sind gegen einander aufgehoben worden.

Aufgabe.

„August gab seinem Freunde Karl folgendes Exempel auf. Wenn 9 Personen in 4 Wochen 36 Thlr. zu erhalten kosten, wie viel Thaler werden da 3 Personen in 6 Wochen zu erhalten kosten? Eben so viel Thaler, antwortete Karl, als 300 Thaler Kapital in 2 Jahren Interessen tragen müßten, wenn 600 Thaler Kapital 4 Jahre lang verliehen 72 Thaler Interessen tragen. War diese Antwort richtig? Antw. Ja.

Berechnung.

9 × 4 = 36. 36 gegen 36 hebt sich. Also 3 × 6 = 18. Zweytes Exempel. 6ØØ × 4 = 24. 72 : 24 = 3. 3ØØ × 3 = 9. und 9 × 2 = 18. Also 18 = 18.

Aufgabe.

„A und B besaßen einer so viel Thaler wie der andre. C hatte eben so viel Thaler als beyde zusammen. C. verlieh sein Geld mit 5 pro Cent 4 Jahre lang, und zog 80 Thlr. Interessen. B kaufte sich für 152 Thlr. von seinem

Gelde Waaren, und bezahlte mit dem übrigen Reste seine 12 Arbeiter, die ihm 4 Wochen lang in seiner Fabrik geholfen hatten. Wenn nun A 16 eben solcher Arbeiter 3 Wochen lang angestellt gehabt hätte, würde er nach Bezahlung derselben mehr oder weniger Thaler von seinem Gelde übrig behalten haben, als B für seine Waaren bezahlt hatte? Antw. Er würde just so viel Thaler übrig behalten haben, als B für seine Waaren bezahlt hatte.

Berechnung.

Aus den 80 Thalern Interessen ersieht man, daß C 400 Thlr. besaß, und folglich A und B jeder 200 Thlr. hatten. B bezahlte seinen 12 Arbeitern, die ihm 4 Wochen gedient hatten, 48 Thlr., denn 200 — 152 = 48. Eben so viel Thaler mußte A den 16 Arbeitern bezahlen, die ihm 3 Wochen lang gearbeitet hatten. Da er aber auch 200 Thlr. wie B besaß, so mußte er nothwendig nach Bezahlung der Arbeiter eben so viel übrig behalten, als B für seine Waaren gegeben hatte.

Wenn der Rechenschüler gelernt hat, fünfzahlige Aufgaben richtig zu beurtheilen, anzusetzen, und auszurechnen, so wird es ihm nicht schwer werden, nun auch sieben, neun, oder eilfzahlige Aufgaben anzusetzen, und zu berechnen, wenn nehmlich in denselben viel Faktoren gegen einander aufgehoben werden können. Es ist auch allerdings sehr nützlich für den Schüler, wenn ihn der Lehrer darauf hinleitet. Er erwirbt sich dadurch noch tiefere Einsichten in die Rechenkunst, und findet dabey einen neuen Stoff zum Nachdenken und Vergnügen. Ich will jetzt eine Aufgabe von eilf Zahlen angeben, und sodann zeigen, wie man den Schüler in den Stand setzen kann sie gehörig zu beurtheilen.

Aufgabe.

„5 Arbeiter können binnen 6 Tagen, wenn sie täglich 8 Stunden arbeiten, einen Graben verfertigen, welcher 12 Ellen lang, 3 Ellen breit, und 2 Ellen tief ist: wie viel Arbeiter braucht man, wenn binnen 8 Tagen, den Tag zu 9 Stunden gerechnet, ein Graben fertig werden soll, der 15 Ellen lang, 3 Ellen breit, und $1\frac{1}{2}$ Elle tief ist?

Man lasse den Rechenschüler erst die Aufgabe folgendermaßen betrachten.

Wenn 5 Arbeiter in 6 Tagen einen Graben der 12 Ellen lang ist, verfertigen: wie viel Arbeiter würde man brauchen, wenn binnen 8 Tagen ein Graben von 15 Ellen Länge fertig werden sollte?

Ist dieses geschehen, so leite man ihn nun durch Fragen darauf, daß er einsieht, daß die 6 Tage im ersten gegebenen Verhältniß durch die beygefügten 8 Stunden nur eine nähere Bestimmung erhalten, daß es aber übrigens einerley ist, ob man sagt, die Arbeiter verfertigen die 12 Ellen in 6 Tagen, wenn sie täglich 8 Stunden arbeiten; oder ob man sagt: die Arbeiter verfertigen die 12 Ellen in 48 Stunden, denn wenn man täglich 8 Stunden arbeitet, so arbeitet man in 6 Tagen, 6 mal 8, d. i. 48 Stunden. Nun gehe man zu der Wirkung über, welche im ersten Verhältniß angegeben ist, nehmlich zu dem Graben. Der Graben wird beschrieben 12 Ellen lang, 3 Ellen breit, und 2 Ellen tief. Länge, Breite und Tiefe sind also die näheren Bestimmungen des Grabens. Ob die Arbeiter 1 Elle in die Tiefe, oder 1 Elle in die Länge, oder 1 Elle in die Breite graben, das ist einerley. Man kann daher Länge, Breite, und

Tiefe des Grabens als eine Fläche betrachten, die aus 72 Ellen besteht, denn 12 × 3 × 2 = 72. Hat der Rechenschüler dieses gehörig gefaßt, so wird er nun das ganze erste Verhältniß richtig beurtheilen können. Da beym zweyten Verhältnisse die nämlichen Bestimmungen vorkommen, so bedarf es jetzt nur derselbigen Erläuterung, und der Rechenschüler wird sie von selbst finden. Jetzt wäre nun die Aufgabe also gestaltet.

„Wenn 5 Arbeiter in 48 Stunden einen Graben von 72 Ellen verfertigen, wie viel Arbeiter würde man brauchen, wenn binnen 72 Stunden ein Graben von 67½ Ellen, fertig werden sollte?“

Sollten die Rechenschüler, wenn sie dergleichen Aufgaben richtig beurtheilen können, Lust bezeigen, sie auch im Kopfe auszurechnen, so wird der Lehrer, um ihnen die Operation zu erleichtern, freylich wohl lauter solche diktiren müssen, worinnen sich viel Zahlen gegen einander aufheben lassen. Zum Beyspiel.

Aufgabe.

„3 Arbeiter verfertigen in 2 Tagen, wenn sie täglich 9 Stunden arbeiten, 25 Ellen, wie viel Ellen werden 54 Arbeiter in 5 Tagen verfertigen, wenn sie täglich 8 Stunden arbeiten? Antw. 1000 Ellen.

Berechnung.

Wenn 3 Arbeiter in 18 Stunden 25 Ellen verfertigen, so machen 54 Arbeiter in 40 Stunden 1000 Ellen fertig.

3 × 18 = 54, und 54 : 54 = 0. also 40 × 25 = 1000.

Aufgabe.

„Wenn 4 Arbeiter in 5 Wochen 20 Stück 2 Ellen breit verfertigen. Wie viel Arbeiter werden in 6 Wochen 24 Stück $2\frac{1}{2}$ Elle breit verfertigen können? Antw. 5 Arbeiter.

Berechnung.

„Wenn 4 Arbeiter in 5 Wochen 40 Ellen machen, so machen in 6 Wochen 5 Arbeiter 60 Ellen fertig.

$4 \times 5 = 20$, und $20 : 40 = 2$. und $2 \times 6 = 12$. und $12 : 60 = 5$.

Aufgabe.

„Wenn 5 Arbeiter in 5 Wochen, die Woche zu 5 Tagen, 125 Stück 2 Ellen breit verfertigen: wie viel Arbeiter verfertigen in 4 Wochen, die Woche zu 6 Tagen, 96 Stück 1. Elle breit? Antw. 2 Arbeiter.

Berechnung.

„Wenn 5 Arbeiter in 25 Tagen 250 Ellen machen, so machen in 24 Tagen. 2 Arbeiter 96 Ellen.

$25 : 250 = 10$. und $5 : 10 = 2$. und $2 \times 24 = 48$. und $48 : 96 = 2$.

Aufgaben in Erzählungen.

Ein Vater hatte zwey Söhne. Als Karl, der älteste Sohn, das vierzehnte Jahr erreicht hatte, so ließ ihn sein Vater die Handlung erlernen. In der Handlung, worinnen er seine Lehrjahre stund, war noch ein Lehrbursche, welcher Heinrich hieß. Dieser Mensch war zwar nicht ungeschickt, aber ein Spieler. Als dieses Karls Vater in Erfahrung gebracht hatte, so ermahnte er seinen Sohn recht dringend und väterlich, sich ja nicht mit

Heinrich einzulassen. Das Spielen, sprach er, ist ein Laster, das einen jungen Menschen Zeitlebens unglücklich machen kann. Wenn ich einmal erführe, daß du gespielt hättest, so würde ich mich über alle Maaßen grämen, und dich meinen ganzen Unwillen dafür fühlen lassen. Karl versprach es seinem Vater ernstlich, diesen Menschen zu fliehen, und hielt auch eine lange Zeit Wort. Wenn Heinrich des Sonntags auf die Kegelbahn gieng und ihn bereden wollte, mit zu gehen, so entschuldigte sich Karl allemal damit, daß es ihm sein Vater verboten habe, und blieb zu Hause. Einstmals brachte Heinrich eine große Menge Geld, und zeigte es Karln. Siehe einmal, sprach er, wie glücklich ich heute auf der Kegelbahn gewesen bin. Wenn du mir ausrechnen kannst, wie viel ich Kegel gewonnen habe, so will ich dir dafür ein Dutzend Federspulen zum Geschenk machen, wovon mich jedes Stück 4 Pf. kostet (a). Als Karl von ihm erfahren hatte, daß der Kegel 3 Pf. gekostet, und er 5 Thlr. gewonnen hatte, so sagte er sogleich die richtige Anzahl der gewonnenen Kegel, und erhielt dafür die Federspulen (b). Der Anblick des Geldes hatte inzwischen in Karls Seele den Wunsch erregt, auch einmal ein solches Glück zu machen, und je länger er diesem Wunsche nachhieng, desto heftiger wurde er in ihm. Als Heinrich des Sonntags wieder auf die Kegelbahn gehen wollte, so fragte er Karln, ob er nicht wenigstens nur Einmal mitgehen, und sein Glück versuchen wollte? Karl,

(a) Wie viel Groschen war dieses Geschenk werth? Antwort: 4 Gr.

(b) Wie viel Kegel hatte Heinrich gewonnen? Antw. 480.

welcher diese Einladung jetzt nicht mehr ungern hörte, und das väterliche Verbot vergessen hatte, bezeigte seine Bereitwilligkeit, und gieng mit. Da er noch nie Kegel geschoben hatte, so konnte er freylich nicht ohne Verlust durchkommen, und verspielte sonach im ersten Spiele 8, im andern 6, im dritten 10, im vierten 9, und im fünften 15 Kegel. Weil sie den Kegel zu 3 Pf. geschoben hatten, so verspielte Karl auf diese Weise sein ganzes Wochengeld (c). Mißvergnügt gieng er nach Hause, und machte unterwegs seinem Kamerad Heinrich große Vorwürfe. Heinrich tröstete ihn damit, daß er ja nicht viel verlohren habe, und daß er gewiß ein andres Mal sein verlohrnes Geld zehnfach wieder gewinnen werde (d). Diese Rede verleitete Karln zu dem Entschlusse, den nächsten Sonntag wieder auf die Kegelbahn zu gehen. Da er kein Geld vorräthig hatte, so bat er einen Handlungsdiener um 18 Zehnkreuzer (e) mit der gewissen Versicherung, ihm dieses Dahrlehn in 6 Tagen wieder zu geben. Als er auf der Kegelbahn angekommen war, so fand er eine Gesellschaft, welche bereits schon Kegel, und zwar den Kegel zu 6 Pf. schob. Dieses war Karln, der auf Gewinn ausgieng, eben recht. Indessen täuschte ihn auch dieses Mal seine Hoffnung. Er verlohr im ersten Spiele 12, im andern 9, im dritten 15, im vierten 14, im fünften 10, und im sechsten 12 Kegel (f). Dieses brachte ihn dermaßen auf, daß er die Kugel durch

(c) Wie viel Wochengeld bekam Karl? Antw. 12 Gr.

(d) Wie viel hätte er gewinnen müssen? Antw. 5 Thlr.

(e) Wie viel Thlr. sind 18 Zehnkreuzer? Antw. 2 Thlr.

(f) Wie viel betrug dieser Verlust? Antwort. 1 Thlr. 12 Gr.

die Fensterscheiben warf, und dabey unglücklicher Weise einen armen Mann an den Kopf traf, der eben vor dem Fenster vorbey gieng. Da der Bettler ihn zu verklagen drohete, so mußte ihm Heinrich 8 Zehnkreuzer borgen (g), durch welches Geschenk der Bettler besänftigt wurde. Die Fensterscheibe mußte er dem Wirthe ebenfalls bezahlen. Als er wieder nach Hause gekommen war, und da über seinen Vorfall nachdachte, so wurde ihm überaus bange ums Herz. Bald fiel ihm das übertretene väterliche Verbot ein. Bald stellte er sich die Schande vor, welche ihm seine Unbesonnenheit auf der Kegelbahn zugezogen hatte. Bald kränkte ihn der Verlust seines Geldes, wofür er sich so manche nützliche Sache hätte kaufen können. Bald fielen ihm seine gemachten Schulden ein, die er vor der Hand nicht zu bezahlen vermögend war. Nach einigen Tagen wurde seine Aufführung auf der Kegelbahn, in der ganzen Stadt beredet, und kam sogar vor die Ohren seines Herrn. Dieser ließ ihn zu sich kommen, und bestrafte ihn sehr hart. Karl gestund bey diesem Vorstande, daß er Willens gewesen sey, seine Uhr zu versetzen, um seine Gläubiger befriedigen zu können. Der Lehrherr schrieb es auch seinem Vater, und dieser strafte ihn damit, daß er ihm kein Wochengeld mehr gab (h). Hieraus sehet, liebe Kinder, in welche Gefahren sich ein Jüngling stürzen kann, der gute väterliche Ermahnungen aus den Augen läßt, mit liederlichen Menschen Umgang unterhält, und der Gewinnsucht ergeben ist.

(g) Wie viel betragen 8 Zehnkreuzer? Antw. 21 Gr. 4 Pf.

(h) Wie viel Thaler verlohr er dadurch jährlich? Antw. 26 Thaler.

Julchen hatte eine Schwester, welche überaus nei-
disch und jähzornig war. Wenn Julchen, welche gut
nähen und stricken konnte, sich durch ihre Arbeiten et-
was verdient hatte, so mußte sie Henrietten, so hieß
diese Schwester, um Friede und Ruhe vor ihr zu haben,
allemal den vierten Theil ihres Verdienstes zum Geschenk
machen (a). That sie dieses einmal nicht, so überhäufte
sie Hennriette mit den pöbelhaftesten Schimpfworten,
versteckte oder beschäftigte ihre Sachen, und zürnte mit
ihr so lange, bis sie das, was ihr Julchen schenken soll-
te, erhalten hatte. Selbst die Mutter konnte, wenn
Henriette ihren bösen Kopf aufsetzte, nichts ausrichten.
Ermahnungen, Bitten, Drohworte, Alles war bey ihr
vergebens. Als Julchen das dreyzehnte Jahr erreicht
hatte, so faßte sie aus Mißvergnügen über ihre Schwe-
ster, den Entschluß, sich aus ihrem väterlichen Hause
wegzuwenden, und in Dienste zu gehen. Der Bruder
ihres verstorbenen Vaters war ein sehr angesehener Kauf-
mann. Da er weder Frau noch Kinder hatte, so schrieb
ihm Julchen einen Brief, stellte ihm darinnen ihre Lage
vor, und erbot sich, seine Wirthschaft zu führen. Der
Kaufmann, welchem Julchens Brief überaus wohl gefiel,
und der es für seine Pflicht hielt, sich der Tochter seines
verstorbenen Bruders anzunehmen, eröffnete ihr in einer
eigenhändigen Antwort, daß er bereit sey, sie zu jeder
Stunde in sein Haus aufzunehmen. Julchen zeigte diese
Antwort ihrer Mutter, und reiste mit derer Bewilligung
sehr bald zu ihrem Vetter ab. Beym Abschiede bezeigte

(a) Wenn sich Julchen z. B. 3 Thlr. 12 Gr. verdient hatte,
wie viel mußte sie davon ihrer Schwester abgeben? Ant-
wort 21 Gr.

sich ihre Schwester noch überaus unartig, und betheuerte, daß sie ihr auf ihre Briefe nie eine Antwort ertheilen werde. Julchen trug inzwischen diese Behandlung mit Gelassenheit, und vergab ihr. Als Julchen bey ihrem Vetter ankam, so wurde sie sehr freundlich aufgenommen. Diese freundliche Aufnahme, und das gute Herz, welches sie an ihrem Vetter bemerkte, verstärkte den in ihrem Herzen gefaßten Vorsatz, sich durch Fleiß und Folgsamkeit seiner Liebe würdig zu machen. Da sie diesen Vorsatz treulich befolgte, so gewann sie ihr Vetter tagtäglich lieber. Auch das Hausgesinde war mit ihr überaus zufrieden. Sie begegnete allen liebreich, half ihnen, wenn sie viel zu arbeiten hatten, und führte ihre Wirthschaft so ordentlich, daß sich das Hausgesinde an ihr das beste Beyspiel nehmen konnte. Ihr Vetter hatte ihr, als sie bey ihm angekommeu war, jährlich 24 Gülden Lohn verwilligt (b); weil er aber sahe, daß sie ihre Pflichten so genau beobachtete, so setzte er noch den dritten Theil dieses Geldes dazu (c). Julchen freute sich darüber ausnehmend, und zwar deßwegen, weil sie sich dadurch in den Stand gesetzt sahe, ihrer Mutter und Schwester eine desto größe Unterstützung zu verschaffen. Als sie am Ende des Vierteljahres ihren ersten Lohn erhalten hatte, so schickte sie die Hälfe desselben ihrer Mutter, und das Viertel ihrer Schwester (d). Henriette nahm dieses

(b) Wie viel betragen 24 Gülden Thlr.? Antw. 21 Thlr.

(c) Wie viel beträgt dieses? Antw. 7 Thlr. Wie viel Lohn erhielt sie zusammen? Antw. 28 Thlr.

(d) Wie viel betrug die Hälfte? Antw. 3 Thlr. 12 Gr. Und wie viel das Viertel? Antw. 1 Thlr. 18 Gr. Und wie viel Hälfte und Viertel zusammen? Antw. 5 Thlr.

Geschenk zwar an, allein ihr neidisches Herz konnte sich nicht dazu entschließen, einen Dank dafür zu schreiben. Julchen wurde indessen keinesweges darüber aufgebracht. Sie fuhr fort, Henrietten zu lieben, und bewieß es ihr dadurch, daß sie ihr die Hälfte von den 24 Ellen Kattun schickte, welche ihr der Vetter zum Geburtstags-Geschenk gemacht hatte, und wovon die Elle 8 Gr. 6 Pf. kostete (e). Ob nun gleich auch dieser Beweis der edelsten Schwesterliebe die neidische Henriette nicht im geringsten rührte, so hatte er doch für Julchen die besten Folgen. Der Vetter, welcher daraus ihre Denkungsart immer genauer kennen lernte, schätzte sie um desto höher, und ließ ihr manches Gute zufließen, wozu er sich ohne diese Beweise schwesterlicher Liebe nicht entschlossen haben würde. Als Julchen 3 Jahre lang (f) ihres Vetters Wirthschaft zu seiner höchsten Zufriedenheit geführt, und binnen dieser Zeit ihrer lieben Mutter und Schwester manche ansehnliche Unterstützung verschafft hatte, so wurde ihr Vetter, der sehr hoch in die Jahre war, von einer schweren Krankheit befallen. Da er, welches sich auch kurze Zeit darauf ereignete, seinen Tod ahndete, so äußerte er eines Tags gegen Julchen, welche während seiner Krankheit nicht von seiner Seite gekommen war, und ihn aufs sorgfältigste gepflegt hatte, daß er sie zur

6 Gr. Wie viel behielt Julchen für sich übrig? Antw. 1 Thlr. 18 Gr.

(e) Wie viel Thlr. betrug dieses Geschenk, welches sie der Schwester machte? Antw. 4 Thlr. 6 Gr. Und wie viel Thlr. der Kattun überhaupt? Antw. 8 Thlr. 12 Gr.

(f) Wie viel sind 3 Jahre Monate? Antw. 36.

Erbin seines sämmtlichen Vermögens einsetzen wolle. Julchen wurde über diese Aeußerung sehr gerührt. „Ich wünsche, liebster Vetter, sprach sie, daß Sie die Vorsehung noch lange mir erhalten möge. Sie sind meine Stütze, mein zweyter Vater. Ohne Sie würde ich das nicht seyn, was ich bin. Inzwischen läßt mich das kindliche Zutrauen, welches mein Herz in Ihre Güte setzt, die angenehme Hoffnung fassen, daß Sie mich bey Ihrem Vorhaben keine Fehlbitte thun lassen werden. Wenn Sie Willens sind, ein Testament zu machen, so nehmen Sie doch ja auf meine gute Mutter und Schwester dabey mit Rücksicht. Sie befinden sich, wie Sie selbst wissen, in dürftigen Umständen. Das Gemüth meiner Schwester kennen Sie. Welche Vorwürfe würde sie mir machen, wenn Sie mich allein zur Erbin ihres großens Vermögens einsetzten! Die gute Erziehung, welche ich bey Ihnen genossen habe, die Ausbildung meines Verstandes und Herzens, die ich Ihrer Güte zu verdanken habe, halte ich für meine größten Glücksgüter auf Erden. Sollte dieser unschätzbare Besitz derselben mirs nicht zur Pflicht machen, für meine gute Mutter und Schwester bey Ihnen eine Fürbitte einzulegen? Diese Rede gefiel dem Vetter über alle Maaßen wohl. Inzwischen äußerte er gegen Julchen nicht das Geringste mehr von seinem Vorhaben. Er wurde tagtäglich schwächer, und am 21sten Tage nach dieser Unterredung mit Julchen starb er. Julchens Betrübniß war sehr groß. Sie schrieb an ihre Mutter und Schwester in sehr wehmüthigen Ausdrücken, und bat sie, daß sie so bald als möglich zu ihr kommen möchten. Als Beyde angekommen waren, so fragte Henriette augenblicklich, ob der Vetter ein Testament gemacht habe. Julchen, welche

gesehen hatte, daß am zweyten Tage nach ihrer Unterredung mit dem Vetter gerichtliche Personen zu ihm gekommen waren, antwortete, daß sie es vermuthe. Nun so wird es, versetzte Henriette, wohl eintreffen, was ich schon längst gefürchtet habe. Zuverläßig hast du dich beym Vetter eingeschmeichelt, und dieser hat dir sein sämmtliches Vermögen vermacht. Allein bey Eröffnung des Testaments befand sichs ganz anders. Durch Julchens Fürbitte gerührt, hatte der Vetter Henrietten ein Kapital von 4000 Thalern vermacht (g). Die Mutter bekam noch einmal so viel (h), und Julchen erbte das übrige Vermögen. Henriette wurde über Julchens Großmuth sehr gerührt, bat ihr ihre zugefügten Beleidigungen mit Thränen ab, und versprach, sie künftig eben so zärtlich zu lieben, als sie bisher von ihr geliebt worden war. Die Mutter weinte Freudenthränen, und umarmte Julchen mit der Versicherung, daß sie sich für die glücklichste Mutter auf Erden halte.

In einer Leipziger Messe verlohr ein sehr vornehmer und reicher Kaufmann mitten auf der Straße einen seidenen Beutel, in welchem viele Goldstücke befindlich waren. Ein Knabe, welcher dieses sahe, lief sogleich herbey, und hob den Beutel auf. Schon war er im Begriffe, dem Kaufmann nachzulaufen, um ihm denselben wieder zuzustellen, als eine Jude vor den Weg trat, und ihm das

(g) Wie viel Interessen betrug dieses Kapital à 5 p. C. jährlich? Antw. 200 Thlr.

(h) Wie viel war das? Antw. 8000 Thlr.

Anerbieten machte, den Beutel zu kaufen. Nein, sprach der Knabe, der Beutel ist nicht mein Eigenthum, und wenn ich ihn verkaufte, so würde ich ein Dieb seyn, denn ich weiß, wem er angehört. Dieb, sagst du? sprach der Jude. Was verlohren ist, das ist verlohren. Siehe hier hast du 72 Zwanzigkreuzer, die werden dir gar wohl zu Statten kommen. Nein, ich will nicht, versetzte der Knabe und lief fort. Mittlerweile hatte sich der Kaufmann in ein Haus begeben. Der Knabe sahe sich in allen Straßen um, aber er konnte den Verlierer nicht erblicken. Nachdem er fast den ganzen Mittag hindurch umhergegangen war, so beschloß er endlich, des Abends noch auf einige Kaffeehäuser zu gehen, in der Hoffnung, den Kaufmann wieder zu finden. Er that es, und fand ihn wirklich. Vergnügt sprang er auf ihn zu, und gab ihm den Beutel. Der Kaufmann wurde von der guten Denkungsart des Knaben so gerührt, daß er ihn aufforderte, sich eine von seinen beyden Uhren zu wählen, die er bey sich führte. Nein, sprach der Knabe, ich begehre nichts, mir ist es Belohnung genug, daß ich Sie wieder gefunden habe. Der Kaufmann setzte ihm nun um desto mehr zu, ein Geschenk anzunehmen, das er lebenslang zu Ehren seiner Ehrlichkeit tragen könnte. Nun, wenn Sie denn ja wollen, daß ich ein Geschenk für eine Handlung nehmen soll, die mir Pflicht war, versetzte der Knabe, so seyn Sie so gütig, und legen mir noch zu meinem in dieser Meßwoche verdienten Gelde so viel dazu, daß ich meiner armen Mutter, welche auf dem Lande wohnt, und nächstens, weil sie zwey Jahre lang den Hauszinß nicht hat bezahlen können, aus dem Hause geschmissen werden soll, unter die Arme greifen kann. Wie viel hast du Geld, sprach der Kaufmann, und was

beträgt der Hauszinß, den deine Mutter schuldig ist? Der Hauszinß beträgt, sprach der Knabe 16 Thlr., und ich habe nicht mehr als 3 Achtgroschenstücken, einen Gulden und 3 Zehnkreuzer. Der Kaufmann gab ihm ein versiegeltes Päcktchen, mit der Bedeutung, daß das zum Hauszinße erforderliche Geld darinnen befindlich sey. Als seine Mutter das Päktchen eröffnete, so fand sie darinnen 3 mahl so viel Thaler, als der Jude dem Knaben geboten hatte. Der Knabe genoß nun die Freude, seiner guten Mutter nicht nur eine Unterstützung in ihrer traurigen Lage verschaft, sondern auch ihr einen Beweiß gegeben zu haben, wie viel Eindruck auf sein Herz ihre täglichen mütterlichen Ermahnungen zur Ehrlichkeit und Rechtschaffenheit gemacht hatten. Wenn nun die Mutter von dem erhaltenen Gelde den schuldigen Hauszinß bezahlte, so fragt sichs, auf wie viele Jahre lang konnte sie jetzt von dem übrig gebliebenen Reste den Hauszinß voraus bezahlen? Antw. 4 Jahre.

Ein Kaufmann hatte einen Markthelfer, welcher ein sehr listiger und betrügerischer Mensch war, aber doch dabey die Kunst sich zu verstellen so ausgelernt hatte, daß ihn sein Herr, und das ganze Haus für den rechtschaffensten und ehrlichsten Mann hielten. Der Sohn des Kaufmanns, welcher 11 Jahr alt war, ließ sich oft etwas von ihm erzählen, und er wußte auch seine Erzählungen so einzurichten, daß der Knabe ganz für ihn eingenommen wurde. Als Fritzens Aeltern einstmals ausgegangen waren, so sagte der Markthelfer zu Fritzen: Lieber Fritz, ich habe dir nun schon so viel Vergnügen gemacht, und doch

weiß ich mich nie zu erinnern, daß du dagegen mir eins gemacht hättest. Wäre es nicht schön von dir, wenn du mich, da du den Schlüssel zum Gewölbe in deiner Verwahrung hast, einige Pfeifen Tobak herauslangen ließest, damit ich mir auf den Sonntag, wo ich über Land gehen will, eine rechte Freude machen kann. Was werden denn deinem reichen Vater einige Pfeifen Tobak schaden? Fritz fühlte wohl, daß er nicht recht thäte, wenn er den Schlüssel heraus gäbe: allein sein Hang, eine wunderbare Geschichte oder Gespensterhistorie zu hören, und die Drohung des Markthelfers, daß er künftig nicht mehr erzählen wolle, bestimmten ihn, den Schlüssel herzugeben. Der Markthelfer nahm sich nun 3 Pfund Zucker à 10½ Gr. 2 Pfund Kaffee à 9 Gr., 2 Pfund Tobak à 8½ und 2 Pfund Schnupftobak à 2 Gr. 9 Pf., und brachte Fritzen den Schlüssel wieder. Er bat ihn dabey, die Sache ja nicht zu verrathen, indem er sonst sich und ihm einen überaus großen Verdruß zuziehen würde. Fritz verrieth kein Wort, weil er in der Meinung stund, daß der Markthelfer ohnedies nicht viel Tobak genommen haben würde. Achtmal noch entwendete der Markthelfer auf diesem Wege seinem Herrn, wenn er mit Fritzen allein war, diese erwähnten Waaren. Da er das letzte Mahl die Kasse offen fand, so nahm er auch aus derselben 12 Speciesthaler, 72 Zwanzigkreuzer, 36 Zehnkreuzer, und 66 halbe Gulden mit, und schlich sich dann davon. Als die Aeltern nach Hause kamen, und den Diebstahl entdeckten, so konnten sie sich vor Schreck kaum fassen. Fritz erhielt die bittersten Vorwürfe, und zog sich durch seinen einfältigen Hang zu Gespensterhistorien und Gassenmährchen eine Verachtung zu, die er kaum nach vielen Jahren aus dem Herzen seiner Aeltern wieder austilgen konnte.

Er verdiente sie aber auch mit Recht, denn sein Lehrer hatte ihm oft den Sittenspruch erkläret:

„der Liebe zum Vergnügen
„gieb deine Pflicht nie Preiß.

Wie viel Thaler hatte der Markthelfer durch Fritzens Schuld seinen Aeltern entwendet? Antw. 83 Thlr.

Druckfehler.

Seite 10. Zeile 15. „ich sich,“ anstatt: in sich.
— 16 — 24. „Auflösungszahlen,“ anstatt: Auflösungszahl.
— 68 — 9. „um die Menge,“ anstatt: um der Menge.
— 73 — — „im kleinen Einmal Eins sollte statt des Zeichens + das Zeichen × stehen.
— 75 — 5. „multiplicrt,“ anstatt: multipliciret.
— 77 — 13. „Rechenschüier,“ anstatt: Rechenschüler.
— 78 — — „in der Tabelle No. 17. sollte statt des Zeichens — das Zeichen × stehen.
— 84 — 16. „als,“ anstatt: also.
— 86 — — sollten in der letzten Zeile die Worte: „Sind die benannten Zahlen machen,“ gar nicht im Texte stehen.
— 89 — 4. „Tblr,“ anstatt: Thlr.
— 98 — 11. „$37 + 11\frac{5}{9}$,“ anstatt: $37 \times 11\frac{5}{9}$.
— 100 — 15. „elne,“ anstatt: eine.
— 103 — 9. „Handwerktgeräthe,“ anstatt: Handwerksgeräthe.
— 122 — 14. „daß große Einmal Eins,“ anstatt: das.
— — — 18. „so daß man,“ anstatt: so darf man.
— 123 — 7. „Qvoeient,“ anstatt: Qvotient.
— 127 — 1. „unveränderi,“ anstatt: unverändert.
— 128 — 10. „geden,“ anstatt: geben.
— 151 — 6. „Kapital,“ anstatt: Kapitel.
— 163 — 21. „wie viel man,“ anstatt: wie viel mal.
— 170 — 6. „muß statt der Zahl 2. die Zahl 3 stehen.
— 182 — 5. „anch,“ anstatt: auch.

Seite 187. Zeile 2. „Thlrn." anstatt: Thaler.

— 194 — 18. „zu 72 Thlrn," anstatt: zu 64 Thlrn.

— — — 33. „betragen," anstatt: betrage.

— 195 — 2. „$\frac{54}{12}$," anstatt: $\frac{54}{18}$.

— 196 — 10. „aslo." anstatt: also.

— 207 — 25. „12 Thlr." anstatt: 13 Thlr.

— 209 — 18. „36 Ellen à $5\frac{1}{2}$ Gr.," anstatt: $5\frac{2}{3}$ Gr.

— 216 — 24. „in der grüne Schaale," anstatt: in die grüne Schaale.

— 221 — 28. „$x + 9$," anstatt: $\frac{x^6}{4} + 9$.

Math
Köhler

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Köhler, Johann F.

Anweisung zum Kopfrechnen

Leipzig 1801

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- Math 433
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11267536-1